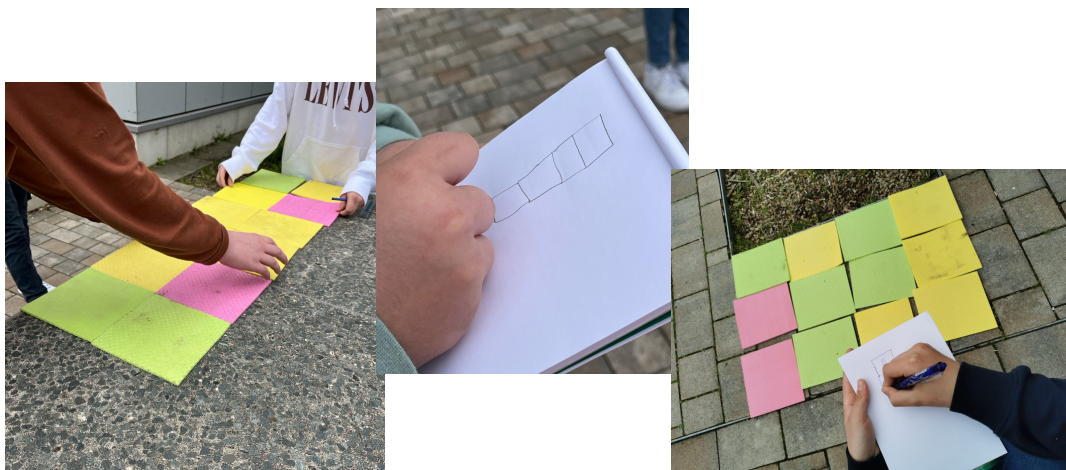


Flächeninhaltsformel für Rechtecke verstehen und begründen



Verstehens- und sprachförderliches
Unterrichtsmaterial für die Sekundarstufe 1



Zitierbar als

Claudia Ademmer & Susanne Prediger (2023). Flächeninhaltsformel für Rechtecke verstehen und begründen: Verstehens- und sprachförderliches Unterrichtsmaterial für die Sekundarstufe 1. DZLM. Open Educational Resources unter sima.dzlm.de/um/5-005

Projektherkunft

Dieses Material wurde im DZLM-Projekt SiMa (Sprachbildung im Mathematikunterricht) konzipiert und für das DZLM-Projekt QuaMath weiter ausgearbeitet.

Hinweis zu verwandtem Material

Multiplikationsverständnis als Zählen in Bündeln wird erarbeitet in sima-dzlm.de/um/3-001. Analog aufgebaut ist die Unterrichtseinheit zur Volumenformel sima.dzlm.de/um/5-003. Hintergrund ist genauer beschrieben im ML-Artikel Ademmer, C., Peitz, E. & Prediger, S. (2024). Wieso eigentlich mal? Lernpfad zum Verständnis der Flächeninhaltsformel. *Mathematik lehren*, 242, 10-15.

Das Material kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden. Alle Bilder haben Lizenz-CC-BY sind von den Autorinnen erstellt, inkl. der Fotos aus dem Unterricht. Ausnahme Aufgabe 1:

Terrassen-Bild mit KI erstellt von Dall-E

Baustelle: <https://pixabay.com/de/photos/baustelle-haus-ger%C3%BCst-wohngebiet-6213732/>





Lernpfad zur verstehensfundierten Flächeninhaltsformel mit fünf Lernstufen (L1–L5)

Lernstufen im Lernpfad

L5: Flächeninhalt berechnen durch Einsetzen in Flächenformel

L4: Flächenformel verstehen und begründen

L3: Strukturierung in Reihen mit Multiplikation vernetzen

L2: Fläche in Reihen strukturieren und schneller zählen

L1: Flächeninhalt verstehen als Auslegen mit Einheitsquadraten

Beispiel-Aussage

Ich setze ein in $F = h \cdot b$
Höhe mal Breite,
also $F = 3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$

Den Flächeninhalt berechne ich mit Breite mal Höhe, denn die Breite steht für die Anzahl der Meterquadrate in jeder Reihe, die Höhe für die Anzahl der Reihen.
z.B. drei 4er-Reihen sind $3 \cdot 4 \text{ m}^2 = 3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}$

Zählen in Reihen passt zur Multiplikation:
Drei 4er-Reihen, das sind $3 \cdot 4$

Ich zähle geschickt, wie viele Quadrate ins Rechteck passen: In jeder Reihe sind 4 Quadrate. Ich habe drei Reihen.
Also sind es drei 4er-Reihen. Das sind 12.

Der Flächeninhalt gibt an, wie viele Einheitsquadrate in das Rechteck hineinpassen: 1, 2, 3, ..., 11, 12

Beispiel-Bild

$$F = 3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$$



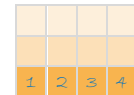
$h = 3 \text{ m}$

$b = 4 \text{ m}$



$h = 3 \text{ m}$,
also 3 Reihen

$b = 4 \text{ m}$, also 4 pro Reihe.
Drei 4er, das sind $3 \cdot 4 \text{ m}^2$

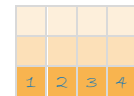


drei 4er

zwei 4er

ein 4er

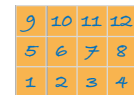
drei 4er das sind $3 \cdot 4$



drei 4er

zwei 4er

ein 4er



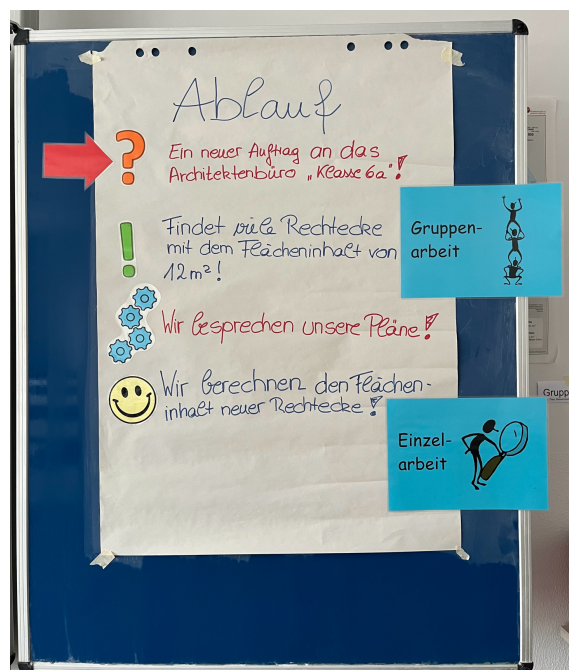
12 Quadrate

passen ins

Rechteck,

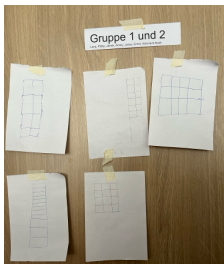
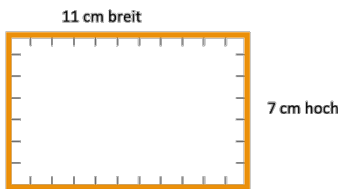
also 12 m^2

Möglicher Ablaufplan für die Lernenden





Möglicher Unterrichtsaufbau

Phase	Material für 90-minütige Unterrichtseinheit	Adressierte Lernstufe	Zeit
Erarbeiten L1 (bis zu evtl. L5)	Einstiegs-Impuls am Whiteboard / Beamer: Wir planen eine Terrasse mit 12 Quadratmetern. (Was bedeutet das überhaupt?) 	Hinführung zu L1 (Flächeninhalt als Auslegen mit Fliesen)	5 min
	Handelnde Erkundungsaufgabe in Kleingruppen: - Legt aus 12 Schwammtüchern viele verschiedene Rechtecke. Alle Tücher sollen genutzt werden. - Notiert, was ihr gelegt habt (als Bild oder als Text).   	Alle Lernende erarbeiten sich L1 (Flächeninhalt als Auslegen mit Quadratern) Einige Lernende entdecken bereits L4/L5 (Flächeninhaltsformel)	15 min
Systematisieren L2/L3	Impulse für systematisierendes Plenumsgespräch: Erfassen und Beschreiben der Bündelstrukturen in Reihen - Welche Rechtecke sind gleich? Welche sind anders? <i>Sie haben alle 12 Quadratmeter, denn 12 Quadrate passen rein.</i> <i>Einige Rechtecke sind nur gedreht, aber für die Terrasse macht das einen Unterschied.</i> - Ist das auch eine 12er Fläche? Woher weißt Du das? - Wie können wir möglichst geschickt zählen? <i>Ein 4er, zwei 4er, drei 4er, also sind es 12 (L2)</i> - Welche Aufgabe passt dazu? <i>3 · 4 (L3)</i> 	L1 (Flächeninhalt verstehen) L1 (Einzelne zählen) L2 (in Reihen zählen) L3 (Reihenstruktur mit Multiplikation verbinden)	15 min
Üben L2/L3 	Übungsaufgaben in Basis-, Regel-, Potenzialfassung (in der Kopfleiste markiert mit B R P): Vernetzen von Multiplikation und Fläche über Strukturierung in Reihen, Einüben der Bündelsprache <i>vier 3er-Reihen, das sind $4 \cdot 3$, also $F = 4 \cdot 3 \text{ m}^2$</i> Kinder mit der Basisfassung der Aufgaben arbeiten unter Anleitung der Lehrkraft am Kleingruppentisch.	L2, L3 üben Potentialgruppe ggf. bereits L4/L5	15 min
Erarbeiten L4/L5	Impulse für erarbeitendes Plenumsgespräch: Übergang zur verstehensfundierten Flächeninhaltsformel - Wie viele Quadrate sind denn in dem Rechteck, wenn es 11 cm breit ist und 7 cm hoch? Zeige es mir an dem Material. <i>11 cm breit, also 11 Zentimeterquadrate in jeder Reihe</i> <i>7 cm hoch, also 7 Reihen</i> <i>sieben 11er-Reihen, also $7 \cdot 11$ Zentimeterquadrate</i> - Wie können wir dann den Flächeninhalt berechnen? <i>$7 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} = 7 \cdot 11 \text{ cm}^2 = 77 \text{ cm}^2$</i> - Geht das immer? <i>Ja, denn immer ist Flächeninhalt = Reihenanzahl · Reihenbreite = Höhe · Breite</i> 	L4 (Begründung der Flächeninhaltsformel) explizieren durch L2, L3 und Verallgemeinerung	15 min
Danach: Üben L5	Üben: Flächeninhaltsformel anwenden in Kontexten (aus regulärem Schulbuch). Dabei in jeder 10. Aufgabe wieder einfordern: Zeichne auf, wieso Du hier multiplizieren musst. Weitere Übungsaufgaben zu L2-L4 mit digitalem Flächentool unter http://sima.dzlm.de/um/5-005 und zwei ppt-Übungsformaten.	L5 (Flächeninhaltsformel anwenden)	30 min



Auftakt

Wir planen eine Terrasse

**Familie Aydin möchte eine Terrasse bauen von 12 Quadratmetern.
Ihr seid das Architekturbüro, das viele Rechteckformen plant.**

- Wie könnte die Terrasse aussehen?
- Was bedeutet überhaupt 12 Quadratmeter?



Foto-Quellen mit CC-BY-Lizenz:

Terrassen-Bild mit KI erstellt von Dall-E durch Friedrich-Verlag

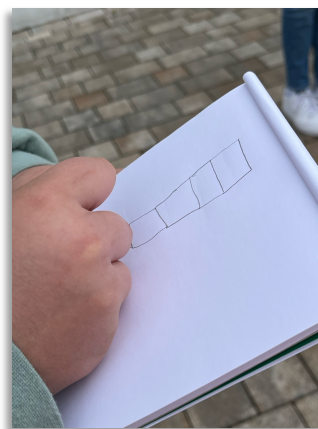
Baustelle: <https://pixabay.com/de/photos/baustelle-haus-ger%C3%BCst-wohngebiet-6213732/>



Erkundungs-Aufgabe

Wie könnte die Terrasse mit 12 Quadratmetern Fläche aussehen?

- Legt aus 12 Quadraten viele unterschiedliche Rechtecke. Alle Quadrate sollen genutzt werden.
- Notiert, was ihr gelegt habt (als Bild oder als Text).

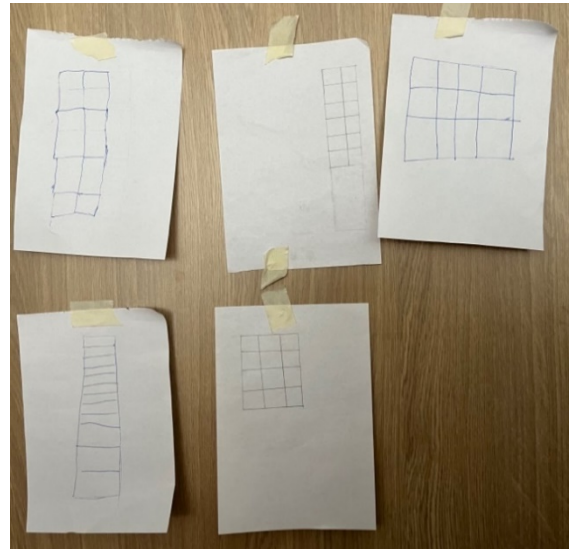




1 Sammeln und Vergleichen

Jeweils zwei Gruppen treffen sich an einer Haltestelle.

Hängt Eure Bilder und Beschreibungen an die Wand und vergleicht:

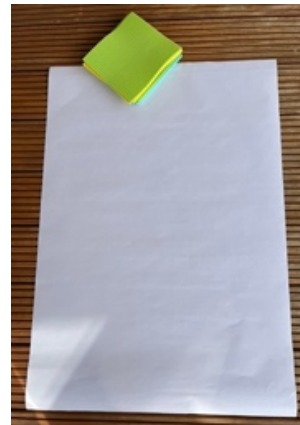


- a) Beschreibt:
- Welche Rechtecke sind gleich?
 - Welche sind anders?
- b) Was ist bei allen Rechtecken gleich?
Wieso haben sie dennoch unterschiedliche Formen?
Was genau bedeuten Quadratmeter?

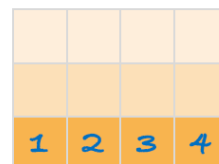
2 Systematisieren im Plenum

- a) Ist das weiße Blatt auch eine 12er Fläche?
Begründe, woher du das weißt.

Erläutere, wie wir die Quadrate möglichst geschickt zählen können.



- b) Ayla zählt in 4er-Reihen. Erkläre:
- Warum hilft es ihr zu wissen, wie viele Quadrate in einer Reihe sind?
 - Warum ist das geschickter, als alles einzeln zu zählen?
 - Wie sieht ein fünf 4er-Rechteck aus?
Ergänze das Bild.



dreí 4er
zwei 4er
ein 4er

- c) Ordne zu:
- Welche Rechnung passt zu Aylas Zählen in Reihen?
 - Warum passt diese Rechnung?
 - Welche Rechnung passt zu dem fünf 4er-Rechteck?



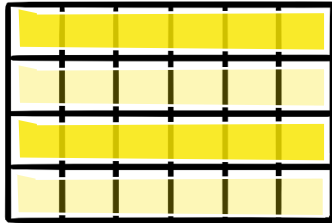
Üben: Rechtecke geschickt zählen und beschreiben

Wie viele Quadrate passen in die Rechteck-Fläche?

Beschreibe das Rechteck mit seinen Reihen und zeichne die Reihen ein.

Schreibe dann eine Rechnung dazu.

Beispiel: Ich zeichne:



Ich beschreibe:

In jeder Reihe liegen 6 Quadrate.

Es sind 4 Reihen.

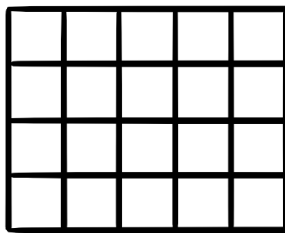
Zusammen sind das vier 6er-Reihen.

Ich rechne:

$$4 \cdot 6 = 24$$

Also ist der Flächeninhalt
24 m².

1 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

In jeder Reihe liegen 5 Quadrate.

Es sind

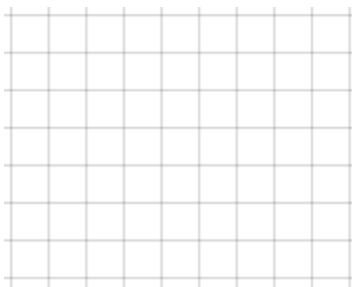
Zusammen sind das

Ich rechne:

$$4 \cdot 5 = 20$$

Also ist der Flächeninhalt

2 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

In jeder

Es sind 7 Reihen.

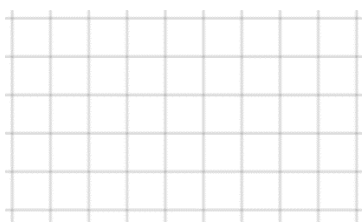
Zusammen sind das

Ich rechne:

$$7 \cdot 5 =$$

Also ist der Flächeninhalt

3 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

In jeder

Es sind

Zusammen sind das drei 5er

Ich rechne:

Also ist der Flächeninhalt



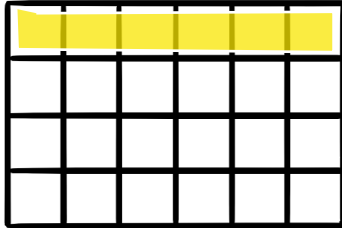
Üben: Rechtecke in Reihen beschreiben und berechnen

Wie viele Quadrate passen in die Rechteck-Fläche?

Beschreibe das Rechteck mit seinen Reihen und zeichne die Reihen ein.

Schreibe dann eine Rechnung dazu.

Beispiel: Ich zeichne:



Ich beschreibe:

In jeder Reihe liegen 6 Quadrate.

Es sind ____ Reihen.

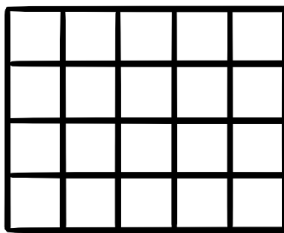
Zusammen sind das vier 6er-Reihen.

Ich rechne:

$$4 \cdot 6 =$$

Also ist der Flächeninhalt

1 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

In jeder

Es sind

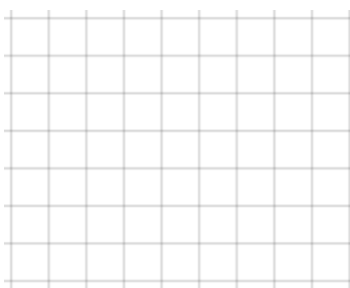
Zusammen sind das

Ich rechne:

$$4 \cdot 5 = 20$$

Also ist der Flächeninhalt

2 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

In jeder

Es sind

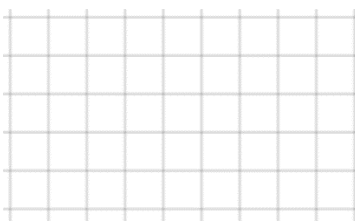
Zusammen sind das

Ich rechne:

$$7 \cdot 5 =$$

Also ist der Flächeninhalt

3 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

In jeder

Es sind

Zusammen sind das drei 5er

Ich rechne:

Also ist der Flächeninhalt



Üben: Rechtecke in Reihen beschreiben, geschickt zählen und berechnen

Wie zählt man geschickt, wie viele Quadrate in die Rechteck-Fläche passen?

Beschreibe das Rechteck mit seinen Reihen und zeichne die Reihen ein.

Schreibe auch die Rechnung auf, die dazu passt.

1 Ich rechne: Ich zeichne: Ich begründe:

$$F = 5 \cdot 4 \text{ m}^2 = 20 \text{ m}^2$$

Also ist der
Flächeninhalt 20 m^2 .

2 a) Ich rechne: Ich zeichne: Ich begründe:

$$F = 5 \cdot 8 =$$

Also ist der
Flächeninhalt:

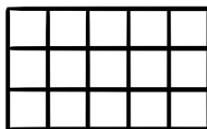
b) Ich rechne: Ich zeichne: Ich begründe:

$$F = 8 \cdot 5 =$$

Das passt so zur Aufgabe **2a)**:

3 a) Ich rechne: Ich begründe:

F =



b) Ich rechne: Ich zeichne: Ich begründe:

$$F = 3 \cdot \underline{\quad} = 18$$

Das passt so zur Aufgabe **3a)**:

c) Ich rechne: Ich zeichne: Ich beschreibe:

F =

Diese Fläche hat auch $F = 18 \text{ m}^2$, aber
sie ist nicht deckungsgleich zu der aus
3b).

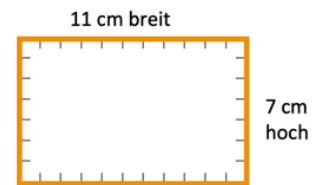


Erarbeiten der allgemeinen Flächeninhaltsformel mit Begründung

a) Oft werden die Rechtecke mit Höhe und Breite angegeben.

Erkläre entlang der Fragen, welche Rechnung dazu passt:

- Wie viele Quadratzentimeter passen in die untere Reihe des Rechtecks? Woher weißt du das?
- Wie viele Reihen von Quadraten hat das Rechteck? Woher weißt du das?
- Wie groß ist also der Flächeninhalt?
- Welche Rechnung passt zu dem Rechteck?



b) Bestimme und erkläre wie in a):

- Wie viele Quadratzentimeter passen in die untere Reihe dieses Rechtecks?
- Wie viele Reihen von Quadraten hat das Rechteck?
- Wie groß ist also der Flächeninhalt?
- Warum ist das so?



c) Finde eine allgemeine Formel:

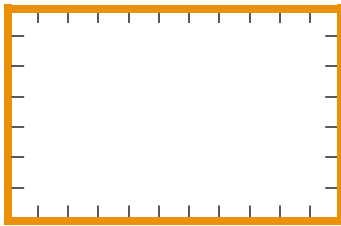
- Wie berechnest du den Flächeninhalt für jedes Rechteck, dessen Höhe und Breite du kennst?
- Nutze deine Formel:
Wie groß ist der Flächeninhalt für ein 4 m hohes und 12 m breites Rechteck?

d) Begründe, warum du mit deiner Formel für jedes Rechteck seinen Flächeninhalt berechnen kannst.



Bilder für den Beamer

11 cm breit



7 cm
hoch

17 cm breit



3 cm
hoch