



# Rückblick auf Lineare Funktionale Zusammenhänge

## Kurz-Steckbrief zur Unterrichtseinheit:

<b>Inhalt</b>	Einheit A: Funktionale Zusammenhänge beschreiben Einheit B: Funktionale Zusammenhänge mathematisieren Einheit C: Alles berechenbar, oder nicht? Einheit D: Funktionen interpretieren Einheit E: Proportionale und lineare Zusammenhänge im Vergleich
<b>Klassenstufe</b>	ab Jahrgangsstufe 8 zur Wiederholung von funktionalen Zusammenhängen; bewährt auch für die Einführungsphase der Oberstufe oder Fachoberschule
<b>Dauer</b>	ca. 10-12 Stunden, je nach Vorerfahrungen und Intensität

## Projektherkunft und Impressum



Dieses Material wurde konzipiert durch Carina Zindel und Susanne Prediger, und kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International weiterverwendet werden.

**Zitierbar als** Zindel, Carina & Prediger, Susanne (2020). Rückblick auf Lineare Funktionale Zusammenhänge. Didaktischer Kommentar zum SiMa-Unterrichtsmaterial. Open Educational Resources, zugänglich unter [sima.dzlm.de/um/9-001](https://sima.dzlm.de/um/9-001)

**Projekt-herkunft** Dieses fach- und sprachintegrierte Fördermaterial ist entstanden im Rahmen des Projekts MuM-Funktionen unter Projektleitung von Susanne Prediger.

**Bildrechte** Alle Grafiken sind selbst erstellt von den Autorinnen, die Fotos vom Federpendel und vom Messgerät für Strom wurden aus CC-BY-SA-Lizenzen übernommen.

## Worum geht es mathematisch bei funktionalen Zusammenhängen?

Funktionen beschreiben Abhängigkeiten zwischen zwei Größen, z.B. in den folgenden Alltags-Zusammenhängen: Preise hängen von der gekauften Anzahl ab; die gefahrene Strecke hängt ab von der Fahrzeit; usw. Der Umgang mit solchen funktionalen Zusammenhängen stellt Lernende vor zahlreiche Anforderungen, die sich durch alle Jahrgangsstufen ziehen (vgl. auch Zindel, Brauner, & Zentgraf, 2020). Wichtig ist es, im Unterricht nicht nur den technischen Umgang mit Funktionen zu thematisieren (wie z.B. Vorgehensweisen zur Schnittpunktbestimmung, der Aufbau eines linearen Funktionsterms, ...), sondern vor allem Funktionsverständnis aufzubauen (Was bedeutet es, dass eine Größe von einer anderen abhängt? Was beschreibt eine gegebene Funktionsgleichung? Was zeigt der Graph im Koordinatensystem für die eingetragenen Werte?).

Da im Spiralcurriculum verschiedene Funktionstypen häufig nacheinander und isoliert voneinander betrachtet werden, bleiben allerdings die gemeinsamen grundlegenden Eigenschaften von Funktionen häufig implizit und somit für die Schülerinnen und Schüler nicht erkennbar. Eine Möglichkeit, den gemeinsamen „Kern“ von Funktionen in den Fokus zu rücken, ist die konsequente Thematisierung der sog. Fokusfragen zum Kern (vgl. Zindel et al. 2018):

- (1) Um welche Größen geht es?
- (2) Welche Größe hängt von welcher ab?

Bei der Thematisierung der Fokusfragen zum Kern von Funktionen ist wichtig, immer den Zusammenhang zwischen *beiden* beteiligten Größen zu betrachten. Lernende tendieren dazu, dem  $f(x)$  kaum Bedeutung beizumessen und nur als Ergebnis einer Rechnung für ein vorgegebenes  $x$  zu deuten. Oder sie fokussieren nur die abhängige Größe, wenn als unabhängige Größe stets die Zeit gewählt wird.

Die Fokusfragen zum Kern werden auch immer dann relevant, wenn verschiedene Darstellungen miteinander zu vernetzen sind (Wertetabelle, Funktionsgraph, Funktionsgleichung, Sachkontext und verbale abstrakte Beschreibung). Dabei werden die beiden beteiligten Größen unterschiedlich repräsentiert.

Durch das vorliegende Material kann das Verständnis im Umgang mit verschiedenen Darstellungen von Funktionen gestärkt werden. Dabei sollen die Lernenden folgendes lernen:

- Funktionale Abhängigkeiten in Alltagssituationen zu identifizieren;
- funktionale Abhängigkeiten in Funktionsgleichungen, Tabellen und Graphen verstehen und miteinander verknüpfen;
- verbale Beschreibungen / Funktionsgleichungen / Tabellen / Graphen selbst erstellen.

## Welche sprachbildenden Prinzipien sind im Unterrichtsmaterial integriert?

Damit die Lernenden die Fokusfragen verinnerlichen und dabei auch für sprachliche Unterschiede sensibilisiert werden, wird das **Prinzip der Formulierungsvariation** genutzt: die Lernenden vergleichen mehrere Texte, die sich nur in Details unterscheiden und nehmen dadurch die kleinen Unterschiede bewusster wahr.

Damit die auf der nächsten Seite aufgeführten sprachlichen Anforderungen immer besser bewältigt werden können, werden sie nach dem **Prinzip der reichhaltigen Diskursanregung** immer wieder zum Erklären und Beschreiben aufgefordert. Das Angebot von Satzbausteinen unterstützt die Lernenden nach dem **Prinzip des Scaffolding**, die Sprachhandlungen mit den notwendigen Satzbausteine auch auszuführen.

## Welche themenspezifische sprachlichen Anforderungen werden berücksichtigt?

Vor der Einführung von Funktionen als formales Konzept basieren die Sprachhandlungen meistens auf direkten Beobachtungen in Experimenten oder sonstigem Wissen über den Kontext (vgl. Zindel, Brauner, & Zentgraf 2020). Nach der Einführung von Funktionen wird die funktionale Abhängigkeit vermehrt durch die verschiedenen Darstellungsformen codiert. Die obigen Sprachhandlungen werden dann auf die verschiedenen Darstellungen und ihre Vernetzung bezogen. Dabei sind Sprachmittel wie „abhängen von“ oder „wird zugeordnet“ von zentraler Bedeutung. Tabelle 1 zeigt die Vielfalt der verschiedenen Sprachhandlungen, die für die verschiedenen Teilziele der Lernsituation notwendig sind.

Fachliches (Teil-)Lernziel	Sprachhandlung und dazu notwendige Sprachmittel ( <i>wichtigste Satzbausteine kursiv gedruckt</i> )
Zusammenhänge und Abhängigkeiten in Alltagssituationen identifizieren	<p><b>Beschreiben des allgemeinen Zusammenhangs mit individuellen Sprachmitteln:</b></p> <p><i>Wenn ich die Menge verändere, dann ändert sich auch der Preis.</i>  <i>Wenn ich die Anzahl kenne, dann kenne ich auch den Preis.</i>  <i>Je größer die gekaufte Menge ist, desto größer ist auch der Preis.</i></p>
Funktionale Zusammenhänge in Gleichungen, Tabellen und Graphen verstehen	<p><b>Benennen der beteiligten Größen:</b></p> <p><i>Es geht um die Anzahl der Monate und den Gesamtpreis.</i>  <i>Es wird die Anzahl der Monate in Beziehung zum Preis gesetzt.</i></p> <p><b>Erklären der Bedeutung von <math>x</math> und <math>f(x)</math>:</b></p> <p>Auf der <math>x</math>-Achse des Graphen (in der linken Spalte der Tabelle) ist die Anzahl der Monate, auf der <math>y</math>-Achse (in der rechten Spalte) der Gesamtpreis notiert. Das <math>x</math> steht für die Anzahl der Monate, das <math>f(x)</math> steht für den Gesamtpreis.</p> <p><b>Beschreiben des lokalen Zusammenhangs von Größen mit Wertepaaren:</b></p> <p><i>Bei / Für <math>x = 2</math> gilt <math>f(2) = 4</math>.</i> Das heißt, dass das Gefäß nach zwei Minuten 4 cm hoch gefüllt ist.</p> <p><b>Beschreiben der gemeinsamen Veränderung (Kovariation):</b> (vgl. Abschnitt 3.12)</p> <p><i>Wenn Wasser gleichmäßig in das Gefäß fließt, dann steigt die Füllhöhe pro Minute um 2 cm.</i>  <i>Wenn ich statt 3 kg 5 kg kaufe, dann wächst erhöht sich der Preis um 2,80 €.</i>  <i>Zwischen 10 min und 15 min steigt der Graph schneller als nach 20 min.</i></p> <p><b>Beschreiben des allgemeinen Zusammenhangs:</b></p> <p>Die Funktionsgleichung <i>gibt</i> die Füllhöhe <i>in Abhängigkeit von</i> der Zeit an.  Die Funktionsgleichung <i>ordnet</i> jedem Zeitpunkt die Füllhöhe <i>zu</i>.</p>
Verbale Beschreibungen / Gleichungen / Tabellen / Graphen erstellen	<p><b>Festlegen der Bedeutung der Funktionsgleichung / der Tabelle / des Graphen:</b></p> <p>Die Funktionsgleichung soll die Füllhöhe <i>in Abhängigkeit von</i> der Zeit <i>angeben</i>.  Daher <i>lege ich fest</i>, dass <math>x</math> <i>für</i> die Zeit und <math>f(x)</math> <i>für</i> die Füllhöhe <i>steht</i>.</p>

## Literatur zum Weiterlesen

- Brauner, U., Jungel, C., & Hoffmann, M. (2018). Um welche Größen geht's? Die Sprache funktionaler Zusammenhänge verstehen und nutzen. *Mathematik lehren*, 206, S. 23–28.
- Zindel, C., Brauner, U., & Zentgraf, K. (2020). Funktionale Abhängigkeiten in Klasse 5-7. In S. Prediger (Hrsg.). *Sprachbildender Mathematikunterricht – Ein forschungsbasiertes Praxisbuch* (S. 167–171). Cornelsen: Berlin.
- Zindel, C. & Rüwald, J. (2020). Funktionen in Klasse 8-10. In S. Prediger (Hrsg.). *Sprachbildender Mathematikunterricht – Ein forschungsbasiertes Praxisbuch* (S. 172–176). Cornelsen: Berlin.