

Mit Variablen jede beliebige Zahl beschreiben

Text zum interaktiven Erklärvideo 1

Von Stefan Korntreff, Stefab Bach, Mile Altieri & Susanne Prediger

Zum sprachbildenden Unterrichtsmaterial von Stefan Korntreff & Susanne Prediger

Link zum Unterrichtsmaterial und Erklärvideo: <https://sima.dzlm.de/um/8-002>

Tag	Fahrzeit (in min)	Kosten reine Fahrzeit (in €)	Gesamtkosten Term (in €)	Gesamtkosten ausgerechnet (in €)
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	2,80
24. Mai	27	$27 \cdot 0,15$	$27 \cdot 0,15 + 1$	5,05
25. Mai	18	$18 \cdot 0,15$	$18 \cdot 0,15 + 1$	3,70
29. Mai	33	$33 \cdot 0,15$	$33 \cdot 0,15 + 1$	5,95
02. Juni	100	$100 \cdot 0,15$	$100 \cdot 0,15 + 1$	16,00
Für jede beliebige Fahrzeit:	x	$x \cdot 0,15$	$x \cdot 0,15 + 1$	



Bild und Text im Video (wichtigste bedeutungsbezogene Satzbaustein in fett)

Hinweise für Lehrkräfte

0:00 Kennenlernen der Interaktionsmöglichkeiten

Probiert die verschiedenen Interaktionen einfach mal aus! Wenn ihr fertig seid, könnt ihr weitergehen.

Till hat sich in den letzten Tagen immer mal wieder einen E-Scooter ausgeliehen. In der Tabelle siehst du, wie lange er gefahren ist und wie viel er dafür bezahlt hat.

Rechts steht das E-Scooter-Angebot, das Till nutzt.

- Ergänze die fehlenden Werte in Tills Tabelle.
- Für den 2. Juni kannst du dir irgendeine Fahrzeit aussuchen.
- Notiere Überschriften für die Spalten.
- Vervollständige die letzte Zeile.

Servicepreis
E-Scooter: 0,15 € pro Minute und 1,00 € für's Entsperrern.
Standardtarif (0,15 €/min) wird fällig, wenn du einen E-Scooter über die App entpersperst.

Drag&Drop: Was steht in der zweiten Spalte von Tills Tabelle?

Tag	Fahrzeit (min)	Kosten reine Fahrzeit (€)	Gesamtkosten Term (€)	Gesamtkosten ausgerechnet (€)
16. Mai	20			
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$27 \cdot 0,15$		
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai	33	$33 \cdot 0,15$		
02. Juni				

Info: Wie kann ich Aufgaben im Video bearbeiten?

Für jede beliebige Fahrzeit

Im folgenden Video sollt ihr auch selbst aktiv werden. Durch Klicken oder Ziehen könnt ihr Fragen beantworten oder zusätzliche Informationen bekommen. Ihr bekommt gleich ein paar Beispiele, mit denen ihr das einfach mal ausprobieren könnt. Nehmt euch dafür ruhig etwas Zeit. Dann wisst ihr nämlich später schon, wie alles funktioniert.

- Im Erklärvideo werden Drag-and-Drop-Aufgaben, offenen Eingaben und Single-Choice Aufgabe angeboten. Einige dieser Interaktionsmöglichkeiten können hier ausprobiert werden, damit sich die spätere Bearbeitung besser auf den Inhalt fokussieren kann.

0:23 Sicherstellen, dass Vorwissen aktiviert ist

In diesem Video zeigen wir euch, wie ihr mit Variablen jede beliebige Zahl beschreiben könnt. Schauen wir uns dafür das Beispiel mit den E-Scooter-Fahrten noch einmal gemeinsam an.

Habt ihr auf eurem Arbeitsblatt alle Spaltenüberschriften eingetragen? Dann könnt ihr weitergehen.

E-Scooter Servicepreis
0,15 € pro Minute
1 € fürs Entsperrern
Standardtarif (0,15 €/min) wird fällig, wenn du einen E-Scooter über die App entpersperst.

Tag	Fahrzeit (min)	Kosten reine Fahrzeit (€)	Gesamtkosten Term (€)	Gesamtkosten ausgerechnet (€)
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$27 \cdot 0,15$		
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai	33	$33 \cdot 0,15$		
02. Juni				

Für jede beliebige Fahrzeit

In den ersten beiden Spalten von Tills Tabelle sehen wir, an welchen Tagen er wie lange mit dem E-Scooter gefahren ist. Für die übrigen Spalten wollen wir die Überschriften gleich etwas genauer anschauen. Dabei hilft es, wenn ihr auf eurem Arbeitsblatt alle Spaltenüberschriften eingetragen habt. Habt ihr das schon erledigt?

- Mit Erklärvideo 1 wird ein Verständnis für die Variablen als Veränderliche aufgebaut, die alle möglichen Zahlen auf einmal beschreiben kann. Zudem wird der Verständnisaufbau für Terme als allgemeines Beschreibungsmittel gefördert.
- Mit der ersten Interaktionsmöglichkeit wird sichergestellt, dass alle Lernenden ihr Vorverständnis, was die Terme in den Spalten beschreiben aktiviert haben.

1:16 Interaktionsmöglichkeit zum Verständnis der Terme in den Spalten

Zieht die passendsten Spaltenüberschriften in den Tabellenkopf.

Minutenpreis (€) Kosten reine Fahrzeit (€) Gesamtkosten Term (€)

Tag	Fahrzeit (min)	Servicepreis (€)	Entsperrkosten (€)	Gesamtkosten ausgerechnet (€)
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$27 \cdot 0,15$		
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai	33	$33 \cdot 0,15$		
02. Juni				

Für jede beliebige Fahrzeit

Wir zeigen euch nun einige Vorschläge für die Überschriften der letzten drei Spalten. Welche davon findet ihr am gelungensten? Erklärt euch beim Beantworten gegenseitig, warum ihr euch für eine bestimmte Überschrift entscheidet.

- In der Interaktionsmöglichkeit werden typische Lernendenvorstellungen zu den Überschriften aufgegriffen. Häufig konzentrieren sich Lernenden nur auf die „neuen“ Größen in den Spalten („+ Entsperrkosten“). Das Audiofeedback kann helfen, den ganzen Term als eine Größe zu beschreiben („Kosten reine Fahrzeit“).

Notiert auf dem Arbeitsblatt: Warum ist „Kosten reine Fahrzeit (€)“ eine bessere Überschrift für die 3. Spalte als „Minutenpreis (€)“?

Tag	Fahrzeit (min)	Kosten reine Fahrzeit (€)	Gesamtkosten Term (€)	Gesamtkosten ausgerechnet (€)
16. Mai	20	20 · 0,15	20 · 0,15 + 1	4,00
19. Mai	12	12 · 0,15	12 · 0,15 + 1	
24. Mai	27	· 0,15	+ 1	
25. Mai	18			
29. Mai		33 · 0,15		
02. Juni				

[Erklärungsimpuls am Ende der Drag-and-Drop-Aufgabe:

Notiert auf dem Arbeitsblatt: Warum ist „Kosten reine Fahrzeit (€)“ eine bessere Überschrift für die 3. Spalte als „· Minutenpreis (€)“]

- Dieser Impuls soll den Lernenden helfen, die Beschreibung des Terms als eine Größe zu durchdenken (statt als Rechenvorschrift).
- Auf dem zugehörigen Arbeitsblatt (Aufgabe 8b) sind Satzanfänge für die Antwort vorgegeben.

1:16 Deutung der Terme mit horizontalem Blick auf die Tabelle

Schauen wir uns die Spaltenüberschriften noch einmal gemeinsam an: Am 16. Mai ist Till 20 Minuten mit dem E-Scooter gefahren. Laut Angebot kostet die Benutzung 15 Cent pro Minute.

Till bezahlt daher für seine gefahrene Zeit 20 mal 15 Cent, das heißt **zwanzigmal den Preis für eine Minute**. In der dritten Spalte rechnen wir also Fahrzeit mal Minutenpreis. **Der ganze Term beschreibt die Kosten für die reine Fahrzeit ohne Entsperren.**

- Bei der Deutung der Terme wird darauf geachtet, dass zunächst alle Größen des Terms und die Operation einzeln gedeutet werden („20-mal den Preis für eine Minute“). Erst danach wird der Term als eine Größe gedeutet („Kosten reine Fahrzeit“). Das ist ein sehr wichtiger Schritt, um Termverständnis aufzubauen.

Das Entsperren des E-Scooters kostet noch einen Euro zusätzlich – und zwar unabhängig davon, wie lange man anschließend fährt. Dieser eine Euro wird in der vorletzten Spalte einfach noch zu den Kosten für die reine Fahrzeit dazu addiert. Hier steht also die Summe aus den reinen Fahrkosten und dem Entsperrpreis. Das ist ein Term für die Gesamtkosten der Fahrt.

In der letzten Spalte werden die Gesamtkosten schließlich nur noch ausgerechnet. Für die 20-minütige Fahrt am 16. Mai sind das 4 Euro.

2:19 Vervollständigen der Tabelle für die „Mai-Zeilen“ mit Stopp-Stelle

Alles überprüft und korrigiert? Dann könnt ihr weitergehen.

Tag	Fahrzeit (min)	Kosten reine Fahrzeit (€)	Gesamtkosten Term (€)	Gesamtkosten ausgerechnet (€)
16. Mai	20	20 · 0,15	20 · 0,15 + 1	4,00
19. Mai	12	12 · 0,15	12 · 0,15 + 1	2,80
24. Mai	27	27 · 0,15	27 · 0,15 + 1	5,05
25. Mai	18	18 · 0,15	18 · 0,15 + 1	3,70
29. Mai	33	33 · 0,15	33 · 0,15 + 1	5,95
02. Juni				

Jetzt können wir Tills Tabelle vervollständigen: Für die nächsten vier Zeilen sieht das so aus. Überprüft die Zahlen in eurer Tabelle und korrigiert sie, wenn nötig.

- Die eingebaute Pause, ermöglicht es den Lernenden in Ruhe die Tabelleneinträge mit ihrer Lösung zu vergleichen. Dies entlastet die spätere Sicherungsphase, die sich so auf die Bedeutung der Terme und der Variable als Veränderlicher konzentrieren kann.

2:34 Irgendeine Fahrzeit: Vervollständigen vorletzten Tabellenzeile

In der vorletzten Zeile konntet ihr euch **irgendeine Fahrzeit** aussuchen. Nehmen wir doch jetzt einfach 100 Minuten – damit lässt es sich leicht rechnen [vorletzte Zeile wird für 100min in Ruhe ausgefüllt]. Ihr hättet natürlich auch eine ganz andere Zahl **nehmen können**, denn es war ja nach **irgendeiner Fahrzeit** gefragt.

- Die sprachliche Unterscheidung zwischen „irgendeine Fahrzeit“ für die Variable als Einsetzstelle und „jede beliebige Fahrzeit“ für die Veränderliche ist wichtig, um die subtilen Unterschiede zwischen den Vorstellungen greifbar zu machen.

2:57 **Verdeutlichen der vertikalen Struktur der Terme**

Verschaffen wir uns einen Überblick über die bisherigen Einträge:

Tag	Fahrzeit (min)	Kosten reine Fahrzeit (€)	Gesamtkosten Term (€)	Gesamtkosten ausgerechnet (€)
16. Mai	20	20 · 0,15	20 · 0,15 + 1	4,00
19. Mai	12	12 · 0,15	12 · 0,15 + 1	2,80
24. Mai	27	27 · 0,15	27 · 0,15 + 1	5,05
25. Mai	18	18 · 0,15	18 · 0,15 + 1	3,70
29. Mai	33	33 · 0,15	33 · 0,15 + 1	5,95
02. Juni	100	100 · 0,15	100 · 0,15 + 1	16,00

Ihr seht, dass die 0,15 in jeder Zeile auftaucht. Klar, das ist ja der Euro-Preis, der für eine Minute Fahrzeit festgelegt ist.

Die 1 taucht ebenfalls in jeder Zeile auf. Das ist jeweils der eine Euro für das Entsperrern des E-Scooters und der **hängt**, genau wie der Minutenpreis, **nicht davon ab**, wie lange man fährt.

- Das Einfärben der Größen entlang der Spalten, erlaubt es den Lernenden die allgemeine Struktur des Terms besser wahrzunehmen: Welche Größen bleiben immer gleich? Welche können sich verändern? Hierdurch wird die Idee vorbereitet, die veränderlichen Stellen allgemein zu beschreiben, etwa mit Hilfe einer Variable.

Die Fahrzeit dagegen **ist in jeder Zeile unterschiedlich** und daher **verändern** sich auch die Kosten für die reine Fahrzeit und die Gesamtkosten. Beide **hängen** schließlich von der Fahrzeit **ab**.

Es gibt also **Größen, die in jeder Zeile gleichbleiben**, nämlich der Minutenpreis und die Entsperrkosten. Und es gibt **Größen, die sich in jeder Zeile verändern**, wie die Fahrzeit und die Gesamtkosten.

3:49 **Die Bedeutung von „jede beliebige Fahrzeit“**

Wie sieht es nun in der letzten Zeile aus?

Tills Fahrzeit kann ja ganz verschiedene Werte haben: zum Beispiel 20, 12 oder 33 Minuten wie in der Tabelle. Es könnten aber genauso gut eine oder 1000 Minuten sein.

Deshalb wollen wir hier **nicht nur irgendeine Fahrzeit beschrieben, sondern ganz allgemein jede beliebige Fahrzeit**. Wir legen also nicht mehr fest, wie lange Till fährt. *[Blauer Merksatz wird in Stille eingeblendet]*

- Das Aufzählen verschiedener Werte der Fahrzeit und das Zeigen entlang der 2. Spalte betont die Idee veränderlicher Größen.
- Durch die Sprachmittel „irgendeine“ und „jede beliebige“ („keine bestimmte Zahl ist festgelegt“) wird der Unterschied zwischen Einsetzstelle und Veränderlicher explizit.

4:29 **Interaktionsmöglichkeit zur Bedeutung von „jede beliebige Fahrzeit“**

Jetzt können wir die letzte Zeile ausfüllen. Vervollständigt ihr zuerst die Spalte für die Fahrzeit.

- Diese offene Eingabe zielt darauf ab, dass die Lernenden intensiv über den Merksatz nachdenken. Das Audiofeedback betont den Unterschied zwischen irgendeiner und jeder beliebigen Fahrzeit.

4:29 **Erklärung der Bedeutung von „jede beliebige Fahrzeit“**

Weil die Fahrzeit jetzt nicht mehr festgelegt ist, können wir hier natürlich keine konkrete Zahl eintragen. Stattdessen verwenden wir eine Variable, zum Beispiel x. Damit drücken wir aus, dass Till an irgendeinem Tag x Minuten mit dem E-Scooter fährt. x steht also für **alle möglichen Fahrzeiten, die Till jemals fahren könnte**.

- „alle möglichen Zahlen“ ist eine weiteres Sprachmittel, dass die Bedeutung der Veränderlichen gut hervorhebt.

Tag	Fahrzeit (min)	Kosten reine Fahrzeit (€)	Gesamtkosten Term (€)	Gesamtkosten ausgerechnet (€)
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	2,80
24. Mai	27	$27 \cdot 0,15$	$27 \cdot 0,15 + 1$	5,05
25. Mai	18	$18 \cdot 0,15$	$18 \cdot 0,15 + 1$	3,70
29. Mai	33	$33 \cdot 0,15$	$33 \cdot 0,15 + 1$	5,95
02. Juni	100	$100 \cdot 0,15$	$100 \cdot 0,15 + 1$	16,00
Für jede beliebige Fahrzeit	x	$x \cdot 0,15$	$x \cdot 0,15 + 1$	

Jede beliebige Fahrzeit heißt:
Es ist keine bestimmte Zahl für die Fahrzeit festgelegt.

Die übrigen Spalten ergeben sich schnell. Wenn Till x Minuten lang fährt, dann muss er auch x mal 15 Cent für die gefahrene Zeit bezahlen. Nehmen wir noch den Euro für das Entsperrten hinzu, erhalten wir den **Gesamtpreis für jede beliebige Fahrt.**

- Hier wird der Term als eine Größe allgemein beschrieben. In der Sicherung lohnt es sich, mit den Lernenden noch einmal intensiv über die Bedeutung von „der Gesamtpreis für jede beliebige Fahrt“ zu sprechen, da darin alle relevanten Informationen gebündelt sind.

In der letzten Spalte können wir jetzt keinen konkreten Wert ausrechnen. Tills **Fahrzeit ist schließlich nicht festgelegt** und daher können auch die Gesamtkosten nicht festgelegt sein.

Die Gesamtkosten sind stattdessen durch den Term „x mal 0,15 + 1“ gegeben – und zwar **für jede beliebige Fahrzeit x.**

Mit einem einzigen Term haben wir also **die Gesamtkosten für alle möglichen Fahrten** aufgeschrieben. Und es gibt noch einen weiteren Vorteil. Die Variable macht deutlich, **dass die Fahrzeit veränderlich ist** im Gegensatz zu Minutenpreis und Entsperrkosten, die **immer gleichbleiben.**

- Hier werden zwei Gründe genannt, warum Variablen als Veränderliche nützlich sind. Diese Sinnstiftung ist für den Verständnisaufbau essentiell und sollte in reichhaltigen Erfahrungen mit Verallgemeinerungsaufgaben immer wieder betont werden.

5:51 Interaktionsmöglichkeit „Zusammenfassung“

Welche Aussage ist richtig? Entscheidet begründet.

Eine Variable steht für jede beliebige Zahl. ✓

„Jede beliebige Zahl“ heißt, dass keine bestimmte Zahl festgelegt ist. ✓

Der Term $x \cdot 0,15 + 1$ gibt die Gesamtkosten für jede beliebige Fahrzeit an. ✓

Variablen braucht man, um die Gesamtkosten auszurechnen. ✗

Variablen benötigt man, um in einer Tabelle die Spaltensummen zu ermitteln.

Variablen helfen, veränderliche Zahlen von immer gleichen Zahlen zu unterscheiden.

Besprecht jetzt noch einmal gemeinsam, was wichtige Begriffe bedeuten, die in diesem Video eine Rolle gespielt haben.

[Erklärungsimpulse am Ende der Zusammenfassungs-Aufgabe: Notiert auf dem Arbeitsblatt:

- *Warum stimmt diese Aussage nicht: „Eine Variable ist eine Zahl, die man sich aussuchen kann“?*
- *Warum stimmt diese Aussage nicht: „Der Term $x \cdot 0,15 + 1$ steht für die veränderliche Fahrzeit“?*

- Diese Interaktionsmöglichkeit sammelt die Bedeutung der wichtigsten Begriffe aus dem Video. Es lohnt sich in der Sicherung, auch darüber zu sprechen, warum die falschen Antworten nicht (ganz) richtig sind.
- Das Durchdenken der richtigen Antworten im Kontrast zu nicht (ganz) richtigen Antworten wird durch 2 Erklärungsimpulse angeregt. Auf dem zugehörigen Arbeitsblatt (Aufgabe 8b) sind Satzanfänge für die Antwort vorgegeben.

5:59 Zusammenfassung

In diesem Video habt ihr gesehen, dass ihr mit einer Variablen **jede beliebige Zahl** beschreiben könnt. Daher können wir zum Beispiel **die Gesamtkosten für alle möglichen Fahrten** aufschreiben, die Till jemals fahren könnte.

Außerdem helfen Variablen dabei, veränderliche Größen (wie die Fahrzeit) von solchen Größen zu unterscheiden, die in jeder Rechnung gleichbleiben.