

Didaktischer Kommentar zur  
Unterrichtseinheit ab Klasse 7:

# Funktionale Zusammenhänge am Sprachanfang

## Baustein B – Zusammenhänge zwischen Größen darstellen



Dieses Material wurde durch Katharina Zentgraf und Susanne Prediger konzipiert und sprachlich durch Anne Berkemeier bearbeitet. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

**Zitierbar als**

Zentgraf, Katharina & Prediger, Susanne (2021). Funktionale Zusammenhänge am Sprachanfang. Baustein B – Funktionale Zusammenhänge zwischen Größen darstellen. Sprach- und fachintegriertes Fördermaterial. Open Educational Ressource, zugänglich unter [sima.dzlm.de/um](http://sima.dzlm.de/um)

**Projektherkunft**

Dieses fach- und sprachintegrierte Fördermaterial ist entstanden im Rahmen des Projekts Sprachbrücken (finanziert durch den Stifterverband) unter Projektleitung von Susanne Prediger und wurde weiterentwickelt im Projekt LaMaVoc (finanziert durch die Europäische Kommission).

**Bildrechte**

Alle Bilder sind selbst erstellt von den Autorinnen und Jens Feldhoff.

**Steckbrief zur Unterrichtseinheit:**

<b>Klassenstufe</b>	ab Klasse 7; insbesondere für Lernende am Sprachanfang (etwa ab 12 - 18 Monaten in Deutschland)
<b>Dauer</b>	2 - 3 Doppelstunden
<b>Material</b>	-

## **Worum geht es mathematisch bei funktionalen Zusammenhängen?**

Der Umgang mit funktionalen Zusammenhängen in ihren unterschiedlichen Darstellungen gehört durch alle Jahrgänge hindurch zu den zentralen Leitideen der Mathematik. Der vorliegende Baustein fokussiert einzelne Facetten funktionaler Zusammenhänge (beteiligte Größen, variable Größen, Richtung der Abhängigkeit), gibt eine Einführung in die symbolische Darstellung und vernetzt diese mit bereits bekannten Darstellungen.

Der Baustein eignet sich für eine Weiterführung in Klasse 7, für Wiederholung vor den Prüfungen am Ende der Sekundarstufe I und für Berufskollegklassen der Fachschule.

Im qualitativen Zugang dieses Bausteins geht es um Folgendes:

- beteiligte Größen identifizieren;
- Veränderung der Größen beschreiben;
- Richtung der Abhängigkeit identifizieren und erklären;
- funktionale Zusammenhänge auch in symbolischer Darstellung verstehen und mit anderen Darstellungen vernetzen.

In Baustein A wurde bereits angebahnt:

- beteiligte Größen identifizieren;
- einzelne Wertepaare inhaltlich deuten (als lokale Zuordnung);
- gemeinsame Veränderung anhand von Wertepaaren inhaltlich deuten (als Kovariation);
- gemeinsame Veränderung qualitativ inhaltlich deuten (als Kovariation);
- gemeinsame Veränderung im Vergleich qualitativ inhaltlich deuten (als Kovariation);
- graphische, tabellarische und situative Darstellungen vernetzen.

### **Zielgruppe der neuzugewanderten Jugendlichen**

Das Material ist insbesondere für Regelklassen mit einigen Neuzugewanderten gedacht und deshalb grammatisch und lexikalisch entlastet: Es stellt reichhaltige sprachliche Produktionsanforderungen für alle Lernenden, die Aufgabenstellungen und Texte sind dennoch sprachlich angepasst an ein grammatisches Niveau von Sprachanfängerinnen und -anfängern nach ca. 12 - 18 Monaten Deutsch-Unterricht. Für mehr Hinweise s. Baustein A.

## Sensibilisierung für Sprache in den unterschiedlichen Grundvorstellungen und Facetten

Es gibt drei Grundvorstellungen in Bezug auf funktionale Zusammenhänge (Zuordnungs-, Kovariations-, Objektaspekt) und in jeder dieser Grundvorstellung können drei Facetten eines funktionalen Zusammenhangs (*beteiligte Größen*, *variable Größen*, *Richtung der Abhängigkeit*) identifiziert werden.

Grundvorstellung	Beispielsatz	Facetten	
Zuordnungsaspekt	Eine Stunde Kartfahren <i>kostet</i> 40 Euro.	Beteiligte Größen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stundenzahl (in Stunden); Preis (in Euro)</li> <li>• Gekennzeichnet durch die konkreten Größen oder die Einheiten</li> </ul>
Kovariationsaspekt	<i>Für</i> mehr Stunden Kartfahren bezahle ich mehr Geld.	Variable Größen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Größen sind veränderlich</li> <li>• Gekennzeichnet über <i>mehr</i> (Kovariation) bzw. <i>je-desto</i> (Funktion als Ganze); Implizit bei Zuordnungsaspekt</li> </ul>
Objektaspekt	<i>Je</i> höher die Stundenzahl, <i>desto</i> höher der Preis.	Richtung der Abhängigkeit	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Preis in Abhängigkeit von der Stundenzahl</li> <li>• Gekennzeichnet durch die Präposition <i>für</i> (Kovariation) bzw. die Konjunktion <i>je-desto</i> (Objekt); beim Verb <i>kosten</i> (Zuordnung) konventionell festgelegt</li> </ul>

Bildungssprachliche Aussagen sind häufig sehr kompakt formuliert, z.B. indem ein Verb wie *kosten* genutzt wird, um den Zusammenhang auszudrücken. In solchen Fällen müssen die Aussagen sowohl sprachlich als auch inhaltlich von Lernenden dekodiert werden. Hier soll besonders für die Vielfalt an grammatischen Ausdrucksmöglichkeiten sensibilisiert und für einen sukzessiven Aufbau der sprachlichen Fähigkeiten plädiert werden.

Sprachlich wird zwischen den vier folgenden grammatischen Auffaltungsgraden unterschieden, um den Zusammenhang zwischen zwei Größen wie *Stundenzahl* und *Preis* zu adressieren (von grammatisch sehr kompakt hin zu grammatisch weniger anspruchsvoll):

- Verb;
- Präposition;
- Konjunktionen & Adverbien;
- Nebeneinanderstehen der Größen, also kein explizit formulierter Zusammenhang.

Grundvorstellung	Verben	Präpositionen	Konjunktionen & Adverbien	Nebeneinanderstehen (keine Explizierung)
Zuordnung	Eine Stunde Kartfahren <i>kostet</i> 40 Euro.	Ich bezahle 40 Euro <i>für</i> eine Stunde Kartfahren.	<i>Wenn</i> ich eine Stunde Kart fahre, <i>dann</i> muss ich 40 Euro bezahlen.	(Ich fahre eine Stunde Kart, zahle 40 Euro.)
Kovariation	Mehr Stunden Kartfahren <i>kosten</i> mehr Geld.	<i>Für</i> mehr Stunden Kartfahren bezahle ich mehr Geld.	<i>Je</i> länger ich Kart fahre, <i>desto</i> mehr muss ich bezahlen.	(Ich fahre mehr Kart <i>und</i> bezahle mehr Geld.)
Objektaspekt	(Der Preis <i>wird</i> der Stundenzahl <i>zugeordnet</i> .)	Der Preis <i>hängt von</i> der Stundenzahl <i>ab</i> .	<i>Je</i> höher die Stundenzahl, <i>desto</i> höher der Preis.	Die Größen sind Stundenzahl <i>und</i> Preis.

Kursiv formatiert sind die Sprachmittel, die den Zusammenhang ausdrücken. Grau in Klammern sind die Zellen, die entweder aufgrund der hohen grammatischen Anforderung nicht im Material aufgenommen sind (Verbphrase im Objektaspekt) oder aufgrund von fehlender Explizierung des Zusammenhangs unerwünscht sind (Nebeneinander).

## Lernziele auf einen Blick

Auf dieses Wissen wird in dem Baustein sukzessive gearbeitet:



## Sprachspeicher: Funktionale Zusammenhänge zwischen Größen

1



Müjde geht von Zuhause zur Schule  
und misst den Weg.

Größe 1: Zeit	Größe 2: Entfernung von zu Hause
0 min	0 m
10 min	500 m
15 min	750 m
20 min	750 m
30 min	1000 m
40 min	1500 m

Beispielzahlen finden: **Grammatisch kompakter:** Müjde ist nach 10 min 500 m von Zuhause entfernt.

**Grammatisch weniger anspruchsvoll:** Müjde läuft 40 min. Sie ist dann 1500 m von Zuhause entfernt.

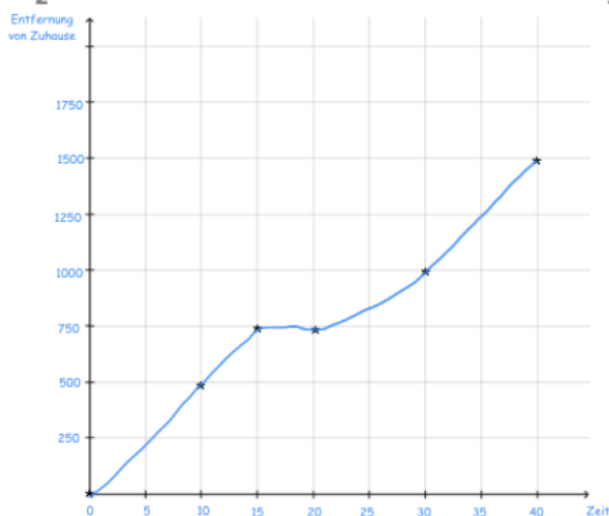
Veränderung beschreiben: **Grammatisch kompakter:** Je mehr die Zeit wird, desto weiter weg ist Müjde von der Schule.

**Grammatisch weniger anspruchsvoll:** Wenn: Die Zeit wird immer mehr. Dann: Müjde ist immer weiter weg (von Zuhause).

2 **Abhängigkeit:** Die Entfernung von Zuhause ist abhängig von der Zeit.

**Begründung:** **Wenn:** Zeit verändert sich. **Dann:** Entfernung von Zuhause kann sich verändern. Die Entfernung verändert sich mit der Zeit.

2



3 **x** steht für die Zeit.

$f(x)$  steht für die Entfernung von Zuhause.

$f(20) = ?$  bedeutet: Wo ist Müjde nach 20 Minuten?

$f(?) = 500$  bedeutet:

Wann ist Müjde 500 m von Zuhause entfernt?

$f(40) = 1500$  bedeutet:

Müjde ist nach 40 min 1500 m von Zuhause entfernt.

## Fachliche und sprachliche Anforderungen in dem Themenfeld

Fachliches (Teil-)Lernziel	Sprachhandlung und dazu notwendige Sprachmittel (wichtigste Satzbausteine kursiv gedruckt)
Beteiligte Größen identifizieren (im Zuordnungs-, Kovariations- und Objektaspekt)	<b>Benennen der beteiligten Größen:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ich bezahle 8 Euro für 2 Monate Hearify. (zuo)</li> <li>• Wenn ich mehr Monate kaufe, dann muss ich (immer) mehr bezahlen. (kov)</li> <li>• Die 2 Größen sind Monate-Anzahl und Preis. (obj)</li> <li>• x ist die Monate-Anzahl, f ist der Preis. (obj)</li> </ul>
Veränderliche Größen identifizieren (im Zuordnungs-, Kovariations- und Objektaspekt)	<b>Beschreiben der Veränderung</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wenn ich mehr Musik höre, dann muss ich mehr bezahlen. (kov)</li> <li>• Je höher die Monate-Anzahl, desto höher der Preis. (obj)</li> </ul>
Richtung der Abhängigkeit identifizieren (im Zuordnungs-, Kovariations- und Objektaspekt)	<b>Beschreiben der Richtung der Abhängigkeit</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ich bezahle 16 Euro für 3 Monate. (zuo)</li> <li>• Ich kenne die Monate-Anzahl. Ich weiß dann auch den Preis dazu. (zuo)</li> <li>• Ich kaufe/höre mehr Monate. Ich muss also/dann (immer) mehr bezahlen. (kov)</li> </ul> <b>Benennen der Richtung der Abhängigkeit</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Der Preis hängt von der Monate-Anzahl ab. (obj)</li> </ul> <b>Begründen der Richtung der Abhängigkeit</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wenn: Die Monate-Anzahl verändert sich. Dann: Der Preis kann sich verändern. (kov)</li> <li>• Der Preis verändert sich mit der Monate-Anzahl. (kov)</li> </ul>
Einzelne Wertepaare im Symbolischen zuordnen (insb. im Zuordnungsaspekt)	<b>Lokale Zuordnungen beschreiben und deuten</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>f(2) = 8</math>, das bedeutet: Ich bezahle 8 Euro für 2 Monate Hearify. (zuo)</li> <li>• <math>f(?) = 24</math>, das bedeutet: Wie viele Monate kosten 24 Euro? (zuo)</li> <li>• x ist die Monate-Anzahl. f(x) ist der Preis bei x Monaten. (zuo)</li> </ul>
Graphische, tabellarische, symbolische und situative Darstellungen vernetzen (im Zuordnungs-, Kovariations- und Objektaspekt)	<b>Darstellungen (insbesondere die symbolische) deuten</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Die Tabelle bedeutet: Die Corona-Inzidenz lag im Januar 2021 bei 140. (zuo)</li> <li>• <math>f(1200) \approx 1000</math> bedeutet: 1000 Babys werden bei 1200 Störchen geboren. (zuo)</li> <li>• Der Graph bedeutet: Immer mehr Menschen leben seit 1950 auf der Erde. (kov)</li> <li>• x steht für die Storch-Anzahl, f(x) für die Geburten-Anzahl. (obj)</li> </ul>

## Struktur der Unterrichtseinheit im Überblick

Kompetenz		Aufgaben
Fachlich	Sprachlich	
Beteiligte Größen identifizieren (im Zuordnungs-, Kovariations- und Objektaspekt)	Benennen der beteiligten Größen	1b & c, 2, 3, 5c
Veränderliche Größen identifizieren (im Zuordnungs-, Kovariations- und Objektaspekt)	Beschreiben der Veränderung	1b & c, 2
Richtung der Abhängigkeit identifizieren (im Zuordnungs-, Kovariations- und Objektaspekt)	Richtung der Abhängigkeit <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben</li> <li>• benennen</li> <li>• begründen</li> </ul>	1b & c, 2a 2, 3, 5a & c 3, 5a & b
Einzelne Wertepaare im Symbolischen zuordnen (insb. im Zuordnungsaspekt)	Lokale Zuordnungen beschreiben und deuten	4, 5
Graphische, tabellarische, symbolische und situative Darstellung vernetzen (im Zuordnungs- und Objektaspekt)	Darstellungen (insbesondere die symbolische) deuten	3a & b, 4, 5

## Mögliche Umsetzung im Unterricht

Erste Doppelstunde: Größen finden und funktionale Zusammenhänge zwischen zwei Größen beschreiben		
Aufgaben & mögliche Sozialformen		Benötigtes Material
Aufgabe 1a	Plenum	Ggf. großes Plakat mit dem Sprachspeicher
Aufgabe 1b	PA	
Aufgabe 1c	PA, dann Plenum	
Aufgabe 2a	Einführung im Plenum, PA	
Aufgabe 2b	PA, dann Plenum	
Aufgabe 3a	Einführung im Plenum, PA	
Aufgabe 3b	PA	
Aufgabe 3c	PA (optional, auch als Hausaufgabe)	
<b>Hinweise</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• In beiden Doppelstunden soll Sprache eingefordert werden, d.h. alle Tabellen, Graphen, verbalen und symbolischen Darstellungen sollen beschrieben und erklärt werden, denn Sprachhandlungen und Sprachmittel wie <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Der Bremsweg ist 10 m <i>bei</i> 25 km/h. (zuo)</li> <li>○ <i>Je</i> schneller ich fahre, <i>desto</i> länger ist der Bremsweg. (kov)</li> <li>○ Die zwei Größen sind <i>Geschwindigkeit und Bremsweg</i>. (obj)</li> </ul> sind für den Vorstellungsaufbau zu funktionalen Abhängigkeiten erforderlich. </li> <li>• Auf die Thematisierung der Eindeutigkeit der Zuordnung wurde zugunsten eines Fokus auf inhaltliche Begründungen der gemeinsamen Veränderung verzichtet, kann aber während nach Klärung der Richtung der Abhängigkeit bei Bedarf ergänzt werden: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>Wenn</i>: Ich fahre immer schneller. <i>Dann</i>: Mein Bremsweg wird länger.</li> <li>○ Der Bremsweg <i>verändert sich mit</i> der Geschwindigkeit.</li> </ul> </li> <li>• In Aufgabe 1 und Aufgabe 2 werden kausale, in Aufgabe 3 zeitabhängige Kontexte thematisiert, die die Lernenden aus ihrem Alltag kennen.</li> <li>• Die Unterscheidung zwischen <i>abhängen von</i> (bei kausalen Zusammenhängen intuitiv vorhanden) und <i>mathematisch abhängen von</i> (für zeitabhängige bzw. nicht-kausale Zusammenhänge) hat sich als lernwirksame Methode erwiesen, um den Fokus auf Kausalität aus alltäglich bekannten und intuitiveren Zusammenhängen zu bewältigen.</li> <li>• Aufgabe 3c ist optional und kann nachbereitend als Hausaufgabe gegeben werden.</li> <li>• Den Aktivitäten rund um die gemeinsame Entwicklung des Sprachspeichers kommt eine große Bedeutung zu. Er sollte möglichst als Plakat gut sichtbar für alle Lernenden im Klassenraum aufgehängt und gemeinsam immer weiter ergänzt werden. So kann er Lernenden bei Bearbeitungen als Unterstützung dienen. Das Ergebnis „Sprachspeicher“ (s. S.4, als Plakat zum Aufhängen im Klassenraum) stellt also für den gesamten Verlauf der Unterrichtsreihe einen Verstehensanker dar.</li> </ul>		

<b>Zweite Doppelstunde:</b> Funktionale Zusammenhänge und Abhängigkeiten – mathematisch schreiben		
<b>Aufgaben &amp; mögliche Sozialformen</b>		<b>Benötigtes Material</b>
Aufgabe 4a	PA, dann Plenum	Ggf. großes Plakat mit dem Sprachspeicher.
Aufgabe 4b	PA	
Aufgabe 4c	PA/GA	
Aufgabe 5a	PA, dann Plenum (optional, auch als Hausaufgabe)	
Aufgabe 5b	PA (optional, auch als Hausaufgabe)	
Aufgabe 5c	PA (optional, auch als Hausaufgabe)	
<b>Hinweise</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sprache einfordern, um den Vorstellungsaufbau zu funktionalen Abhängigkeiten und der Vernetzung zwischen symbolischer, graphischer, tabellarischer und situativer Darstellung weiterzuentwickeln: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Wie viel <i>kosten</i> 2 Monate Hearify? (zuo)</li> <li>○ <math>x</math> steht für die <i>Anzahl an Monaten</i>, <math>f(x)</math> für den <i>Preis</i>. (obj)</li> </ul> </li> <li>• Aufgabe 5 ist optional, kann nachbereitend als Hausaufgabe gegeben werden. Dort liegt der Fokus auf der mathematischen Begründung einer Richtung der Abhängigkeit zur Überprüfung, ob die Lernenden den Fokus auf Kausalität überwinden konnten.</li> <li>• Der Sprachspeicher ist nun vollständig ausgefüllt und dient als Verstehensanker für zukünftige Unterrichtseinheiten.</li> </ul>		

### Literatur zum Weiterlesen

- Berkemeier, A. & Schmidt, A. (2019). Schrittweise DaZ. Ein differenzierendes Lehrwerk für Kinder mit Deutsch als neuer Zweitsprache. Leipzig: Schubert.
- Zindel, C., Brauner, U. & Zentgraf, K. (2020). Funktionale Abhängigkeiten in Klasse 5-7. In S. Prediger (Hrsg.). Sprachbildender Mathematikunterricht – Ein forschungsbasiertes Praxisbuch. Cornelsen: Berlin.
- Zindel, C. & Rüwald, J. (2020) Funktionen in Klasse 8-10. In S. Prediger (Hrsg.). Sprachbildender Mathematikunterricht – Ein forschungsbasiertes Praxisbuch. Cornelsen: Berlin.