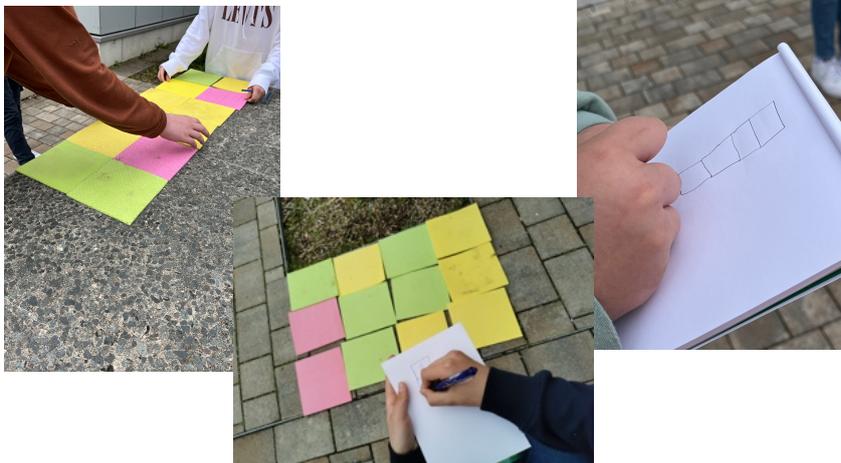


Flächenformel für Rechtecke verstehen und begründen



Verstehens- und sprachförderliches Unterrichtsmaterial für die Sekundarstufe 1



Zitierbar als

Claudia Ademmer & Susanne Prediger (2023). Flächenformel für Rechtecke verstehen und begründen: Verstehens- und sprachförderliches Unterrichtsmaterial für die Sekundarstufe 1. DZLM. Open Educational Resources unter sima.dzlm.de/um/5-005

Projektherkunft

Dieses Material wurde im DZLM-Projekt SiMa konzipiert und für das DZLM-Projekt QuaMath ausgearbeitet.

Hinweis zu verwandtem Material

Multiplikationsverständnis als Zählen in Bündeln wird erarbeitet in sima-dzlm.de/um/3-001. Analog aufgebaut ist die Unterrichtseinheit zur Volumenformel sima.dzlm.de/um/5-003. Hintergrund ist genauer beschrieben im ML-Artikel Ademmer, C., Peitz, E. & Prediger, S. (2024, in Druck). Wieso eigentlich mal? Lernpfad zur verstehensfundierten Flächenformel (Arbeitstitel). Erscheint in *Mathematik lehren*, 242, xxx-xxx.

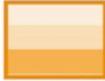
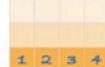
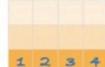
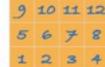


Das Material kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

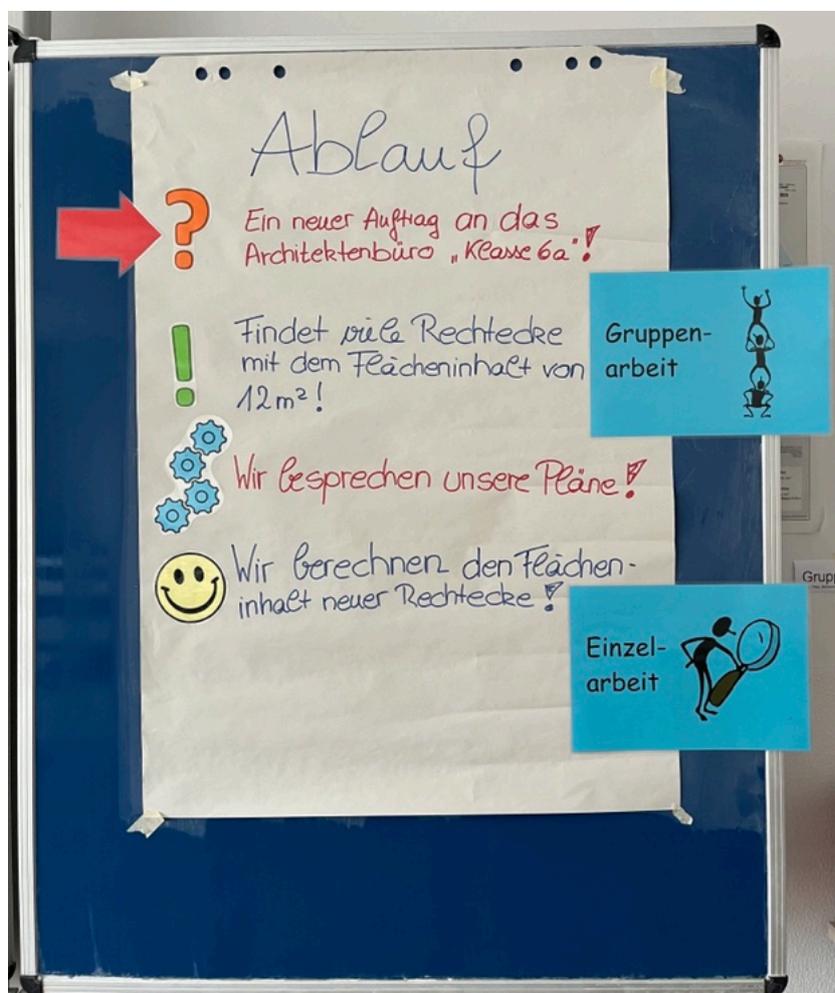


Didaktischer Kommentar zum Unterrichtsmaterial

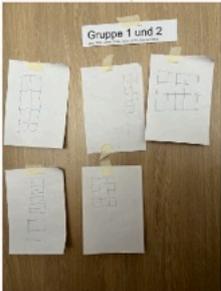
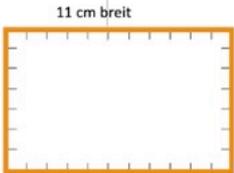
Lernpfad zur verstehensfundierten Flächenformel mit fünf Lernstufen (L)

Lernstufen im Lernpfad	Beispiel-Aussage	Diagramm
L5: Flächeninhalt berechnen durch Einsetzen in Flächenformel	Ich setze ein in $F = h \cdot b$ Höhe mal Breite, also $F = 3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$	$F = 3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$  $h = 3 \text{ m}$ $b = 4 \text{ m}$
L4: Flächenformel verstehen und begründen	Den Flächeninhalt berechne ich mit Breite mal Höhe, denn die Breite steht für die Anzahl der Quadrate in jeder Reihe, die Höhe für die Anzahl der Reihen. z.B. drei 4er-Reihen sind $3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 3 \cdot 4 \text{ m}^2$	 $h = 3 \text{ m}$, also 3 Reihen. $b = 4 \text{ m}$, also 4 pro Reihe. Drei 4er, das sind $3 \cdot 4 \text{ m}^2$
L3: Strukturierung in Reihen mit Multiplikation vernetzen	Zählen in Reihen passt zur Multiplikation: Drei 4er-Reihen, das sind $3 \cdot 4$	 drei 4er zwei 4er ein 4er drei 4er das sind $3 \cdot 4$
L2: Fläche in Reihen strukturieren und schneller zählen	Ich zähle geschickt, wie viele Quadrate ins Rechteck passen: In jeder Reihe sind 4 Quadrate. Ich habe drei Reihen. Also sind es drei 4er-Reihen. Das sind 12.	 drei 4er zwei 4er ein 4er
L1: Flächeninhalt verstehen als Auslegen mit Einheitsquadraten	Der Flächeninhalt gibt an, wie viel Einheitsquadrate in das Rechteck hineinpassen: 1, 2, 3, ..., 11, 12	 12 Quadrate passen ins Rechteck, also 12 m^2

Möglicher Ablaufplan für die Lernenden



Unterrichtsaufbau in mehreren Phasen (Material in diesem Dokument)

Phase	Material für 90-minütige Unterrichtseinheit	Adressierte Lernstufe	Zeit
Erarbeiten L1 (bis zu evtl. L5)	<p>Einstiegs-Impuls am Whiteboard: Wir planen eine Terrasse mit 12 Quadratmetern. (Was bedeutet das überhaupt?)</p> 	Hinführung zu L1 (Flächeninhalt als Auslegen mit Platten)	5 min
	<p>Handelnde Erkundungsaufgabe in Kleingruppen:</p> <ul style="list-style-type: none"> Legt aus 12 Schwammtüchern viele verschiedene Rechtecke. Alle Tücher sollen genutzt werden. Notiert, was ihr gelegt habt (als Bild oder als Text).   	<p>Alle Lernende erarbeiten sich L1 (Flächeninhalt als Auslegen mit Quadraten)</p> <p>Einige Lernende entdecken bereits L4/L5 (Flächenformel)</p>	15 min
Systematisieren L2/L3	<p>Impulse für systematisierendes Plenumsgespräch: Erfassen und Beschreiben der Bündelstrukturen in Reihen</p> <ul style="list-style-type: none"> Welche Rechtecke sind gleich? Welche sind anders? <i>Sie haben alle 12 Quadratmeter, denn 12 Quadrate passen rein.</i> <i>Einige Rechtecke sind nur gedreht, aber für die Terrasse macht das einen Unterschied.</i> Ist das auch eine 12er Fläche? Woher weißt Du das? Wie können wir möglichst geschickt zählen? <i>Ein 4er, zwei 4er, drei 4er, also sind es 12 (L2)</i> Welche Aufgabe passt dazu? $3 \cdot 4$ (L3) 	<p>L1 (Flächeninhalt verstehen)</p> <p>L1 (Einzeln zählen)</p> <p>L2 (in Reihen zählen)</p> <p>L3 (Reihenstruktur mit Multiplikation verbinden)</p>	15 min
Üben L2/L3	<p>Übungsaufgaben in Basis-, Regel-, Potentialfassung (in der Kopfleiste markiert mit B R P): Vernetzen von Multiplikation und Fläche über Strukturierung in Reihen, Einüben der Bündelsprache</p> <ul style="list-style-type: none"> <i>vier 3er-Reihen, das sind $4 \cdot 3$, also $F = 4 \cdot 3 \text{ m}^2$</i> <p>Kinder mit der Basisfassung der Aufgaben arbeiten unter Anleitung der Lehrkraft am Kleingruppentisch.</p> 	<p>L2, L3 üben</p> <p>Potentialgruppe ggf. bereits L4/L5</p>	15 min
Erarbeiten L4/L5	<p>Impulse für erarbeitendes Plenumsgespräch: Übergang zur verstehensfundierten Flächenformel</p> <ul style="list-style-type: none"> Wie viele Quadrate sind denn in dem Rechteck, wenn es 11 cm breit ist und 7 cm hoch? Zeige es mir an dem Material. <ul style="list-style-type: none"> <i>11 cm breit, also 11 Quadrate in jeder Reihe</i> <i>7 cm hoch, also 7 Reihen</i> <i>sieben 11er-Reihen, also $11 \cdot 7$ Quadrate</i> Wie können wir dann den Flächeninhalt berechnen? <ul style="list-style-type: none"> <i>$11 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 11 \cdot 7 \text{ cm}^2 = 77 \text{ cm}^2$</i> Geht das immer? <ul style="list-style-type: none"> <i>Ja, denn immer ist Flächeninhalt = Reihenanzahl \cdot Reihenbreite = Höhe \cdot Breite</i> 	<p>L4 (Begründung der Flächenformel) explizieren durch L2, L3 und Verallgemeinerung</p>	15 min
Danach: Üben L5	<p>Üben: Flächenformel anwenden in Anwendungskontexten (siehe reguläres Schulbuch) Dabei in jeder 10. Aufgabe wieder fragen: Zeichne auf, wieso Du hier multiplizieren musst.</p>	L5 (Flächenformel anwenden)	30 min



Wir planen eine Terrasse

Familie Aydin möchte eine Terrasse bauen von 12 Quadratmetern.

Ihr seid das Architekturbüro, dass viele Rechteckformen plant.

Wie könnte die Terrasse aussehen?

Was bedeutet überhaupt 12 Quadratmeter?



Fotos mit CC-Lizenz:

https://cdn.hornbach.de/data/shop/D04/001/780/491/469/864/DV_8_4622311_02_4c_DE_20220223104651.jpg

<https://pixabay.com/de/photos/baustelle-haus-ger%C3%BCst-wohngebiet-6213732/>



Erkundungs-Aufgabe:

Wie könnte die Terrasse mit 12 Quadratmeter Fläche aussehen?

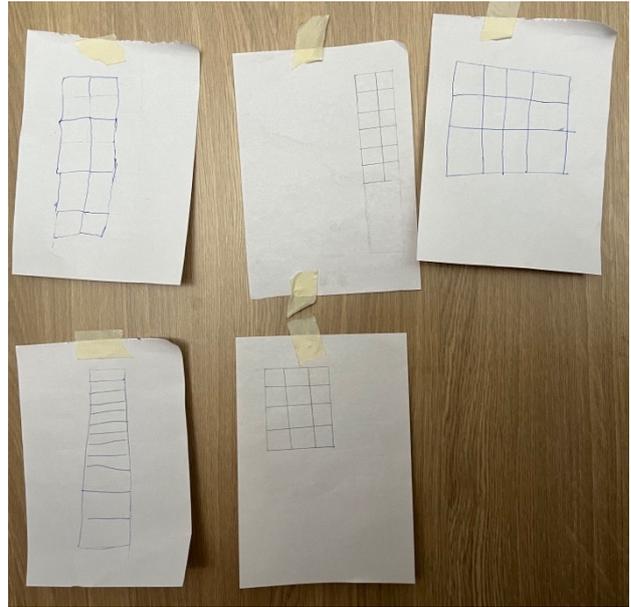
- Legt aus 12 Quadraten viele unterschiedliche Rechtecke. Alle Quadrate sollen genutzt werden.
- Notiert, was ihr gelegt habt (als Bild oder als Text).





1 Sammeln und Vergleichen

Jeweils zwei Gruppen treffen sich an einer Haltestelle.
Hängt Eure Bilder und Beschreibungen an die Wand und vergleicht:



- a) Welche Rechtecke sind gleich?
Welche sind anders?
- b) Was ist bei allen Rechtecken gleich?
Wieso haben sie dennoch unterschiedliche Formen?
Was genau bedeuten Quadratmeter?

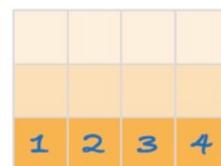
2 Systematisieren im Plenum

- a) Ist das auch eine 12er Fläche?
Woher weißt du das?

Wie können wir die Quadrate
möglichst geschickt zählen?

- b) Ayla zählt in 4er-Reihen.

- Warum hilft es ihr zu wissen,
wie viele Quadrate in einer Reihe sind?
- Warum ist das geschickter,
als alles einzeln zu zählen?
- Wie sieht ein fünf 4er-Rechteck aus?
Ergänze das Bild.



drei 4er
zwei 4er
ein 4er

- c) Welche Rechnung passt zu Aylas Zählen in Reihen?
Warum passt diese Rechnung?
Welche Rechnung passt zu dem fünf 4er-Rechteck?



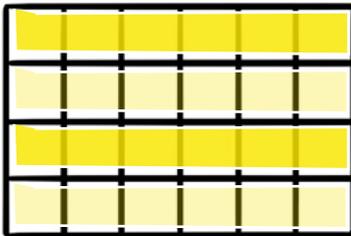
Üben: Rechtecke geschickt zählen und beschreiben

Wie viele Quadrate passen in die Rechteck-Fläche?

Beschreibe das Rechteck mit seinen Reihen und zeichne die Reihen ein.

Schreibe dann eine Rechnung dazu.

Beispiel: Ich zeichne:



Ich beschreibe:

Ich habe 6 Quadrate in jeder Reihe.

Ich habe 4 Reihen.

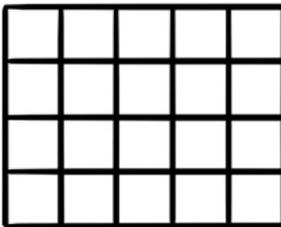
Zusammen sind das vier 6er-Reihen.

Ich rechne:

$$4 \cdot 6 = 24$$

Also ist der
Flächeninhalt
 24 m^2

1 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

Ich habe 4 Quadrate in jeder Reihe.

Ich habe

Zusammen sind das

Ich rechne:

$$4 \cdot 5 = 20$$

Also ist der
Flächeninhalt

2 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

Ich habe

Ich habe 7 Reihen.

Zusammen sind das

Ich rechne:

$$7 \cdot 5 =$$

Also ist der
Flächeninhalt

3 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

Ich habe

Ich habe

Zusammen sind das drei 5er

Ich rechne:

Also ist der
Flächeninhalt



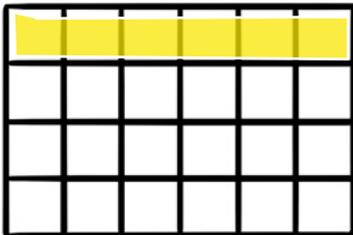
Üben: Rechtecke in Reihen beschreiben und berechnen

Wie viele Quadrate passen in die Rechteck-Fläche?

Beschreibe das Rechteck mit seinen Reihen und zeichne die Reihen ein.

Schreibe dann eine Rechnung dazu.

Beispiel: Ich zeichne:



Ich beschreibe:

Ich habe 6 Quadrate in jeder Reihe.

Ich habe ____ Reihen.

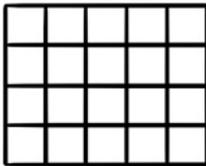
Zusammen sind das vier 6er-Reihen.

Ich rechne:

$$4 \cdot 6 =$$

Also ist der
Flächeninhalt

1 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

Ich habe

Ich habe

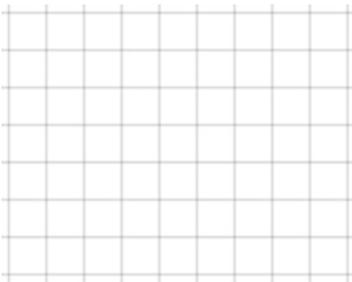
Zusammen sind das

Ich rechne:

$$4 \cdot 5 = 20$$

Also ist der
Flächeninhalt:

2 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

Ich habe

Ich habe

Zusammen sind das

Ich rechne:

$$7 \cdot 5 =$$

Also ist der
Flächeninhalt:

3 Ich zeichne:



Ich beschreibe:

Ich habe

Ich habe

Zusammen sind das **drei 5er**

Ich rechne:

Also ist der
Flächeninhalt:



Üben: Rechtecke in Reihen beschreiben, geschickt zählen und berechnen

Wie zählt man geschickt, wie viele Quadrate in die Rechteck-Fläche passen?
Beschreibe das Rechteck mit seinen Reihen und zeichne die Reihen ein.
Schreibe auch die Rechnung auf, die dazu passt.

1 Ich rechne: Ich zeichne: Ich begründe:

$$F = 5 \cdot 4 \text{ m}^2 = 20 \text{ m}^2$$

Also ist der
Flächeninhalt 24 m^2 .

2a) Ich rechne: Ich zeichne: Ich begründe:

$$F = 5 \cdot 8 =$$

Also ist der
Flächeninhalt:

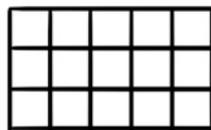
b) Ich rechne: Ich zeichne: Ich begründe:

$$F = 8 \cdot 5 =$$

Das passt so zur Aufgabe **b)**:

3 a) Ich rechne: Ich begründe:

$$F =$$



b) Ich rechne: Ich zeichne: Ich begründe:

$$F = 3 \cdot \underline{\quad} = 18$$

Das passt so zur Aufgabe **3a)**:

c) Ich rechne: Ich zeichne: Ich beschreibe:

$$F =$$

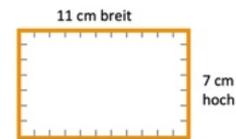
Diese Fläche hat auch $F = 18 \text{ m}^2$, aber sie
ist nicht deckungsgleich zu der aus **3b)**.



Erarbeiten der allgemeinen Flächenformel mit Begründung

a) Oft werden die Rechtecke mit Höhe und Breite angegeben.

- Wie viele Quadratcentimeter passen in die untere Reihe des Rechtecks? Woher weißt du das?
- Wie viel Reihen von Quadraten hat das Rechteck? Woher weißt du das?
- Wie groß ist also der Flächeninhalt?
- Welche Rechnung passt zu dem Rechteck?



b)

- Wie viele Quadratcentimeter passen in die untere Reihe dieses Rechtecks?
- Wie viele Reihen von Quadraten hat das Rechteck?
- Wie groß ist also der Flächeninhalt? Warum ist das so?



c) Finde eine allgemeine Formel:

- Wie berechnest du den Flächeninhalt für jedes Rechteck, dessen Höhe und Breite du kennst?
- Nutze deine Formel:
Wie groß ist der Flächeninhalt für ein 4 m hohes und 12 m breites Rechteck?

d) Begründe die Formel, die Du gefunden hast.



(Bilder für den Beamer)

,

