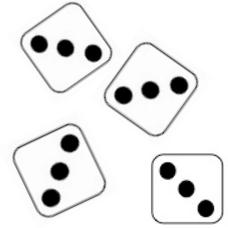




Didaktischer Kommentar zur Unterrichtseinheit für Klasse 3-5:



Multiplizieren und Dividieren verstehen und erklären

Steckbrief zur Unterrichtseinheit:

Ziel	Wiedererarbeitung einer zentralen Verstehensgrundlage: Multiplikationsverständnis
Klassenstufe	Klasse 3-5, auch für inklusive Klassen oder Fördergruppen
Dauer	6 Stunden

Handreichung zitierbar als

Prediger, Susanne (2025). Multiplizieren und Dividieren verstehen und erklären: Didaktischer Kommentar zum sprachbildenden Fördermaterial. Open Educational Resources. Online frei zugänglich unter sima.dzlm.de/um/3-001

Gehört zum Unterrichts- material

Akinwunmi, Kathrin, Selter, Christoph, Deutscher, Theresa, Mosandl, Corinna, Nührenböcker, Marcus, Ademmer, Claudia, Totaro, Debora, Tondorf, Alexandra & Prediger, Susanne (2025). Multiplizieren und Dividieren verstehen und erklären – Sprachbildendes Unterrichtsmaterial für Jahrgang 4/5. Open Educational Resources. Online frei zugänglich unter sima.dzlm.de/um/3-001

Projektherkunft

Dieses Material wurde durch Kathrin Akinwunmi, Christoph Selter, Theresa Deutscher, Corinna Mosandl und Marcus Nührenböcker ursprünglich konzipiert und durch Susanne Prediger, Debora Totaro, Claudia Ademmer und Alexandra Dohle für einen sprachbildenden Unterricht adaptiert. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-NC-SA (Namensnennung –Nicht kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.



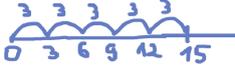
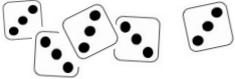
Dieses Material kann unter der Creative Commons Lizenz BY-NC-SA (Namensnennung –Nicht kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.



Worum geht es mathematisch beim Multiplikations- und Divisionsverständnis?

Einige Schulbücher der Klasse 5 wiederholen nur schriftliche Rechenverfahren und setzen die Grundrechenarten als bekannt voraus. Empirisch wurde hingegen mehrfach gezeigt, dass viele Kinder noch nicht über ein gesichertes Operationsverständnis für Multiplikation und Division verfügen. Doch ohne diese Verstehensgrundlage ist ein Weiterlernen in der Sekundarstufe kaum möglich. Im Gegensatz zu den Multiplikations-Rechenfertigkeiten (auswendig gelerntes Einmaleins und schriftliche Rechenverfahren) zielt das konzeptuelle Verständnis des Multiplikations**konzepts** auf die Bedeutung der Multiplikation und ihrer Anwendung in Sachsituationen. Seine Verfügbarkeit wird in der Regel durch den Auftrag abgeprüft, symbolisch dargestellte Multiplikationen in graphische oder verbale Darstellungen zu übersetzen und zurück, d.h. multiplikative Strukturen in Bilder und Textaufgaben hineinzusehen.

Das Operationsverständnis zur Multiplikation umfasst also insbesondere die folgenden Darstellungen und Vorstellungen:

Symbolische Darstellung	$5 \cdot 3 = 15$	Formalbezogene Versprachlichung	<ul style="list-style-type: none">• 1. Faktor 5 multipliziert mit• 2. Faktor 3 ergibt das Produkt 15
Graphische Darstellungen	 Punktfeld  Zahlenstrahl  Würfelbilder	Bedeutungsbezogene Versprachlichung	<ul style="list-style-type: none">• fünf 3er-Reihen sind 15• fünf Zeilen mit je 3 Punkten sind 15 • fünf 3er-Schritte • fünf 3er Würfel
Struktureller Kern: Zählen in Bündeln in jeder der Darstellungen	$3, 6, 9, 12, 15$ sind fünf 3er (besser nicht $3+3+3+3+3$)	Alltagssprachliche Versprachlichung	<ul style="list-style-type: none">• Wir sind 5 Schritte gerannt, jeder war 3m lang, also $5 \cdot 3m = 15m$.• 5 Gruppen mit immer 3 Kindern

Während in der deutschsprachigen Didaktik meist die räumlich-simultane Grundvorstellung (graphisch dargestellt im Punktfeld) und die zeitlich sukzessive Grundvorstellung (graphisch dargestellt am Zahlenstrahl) als zwei zentrale Bedeutungen unterschieden werden, betont der amerikanische Raum eher das Zählen in Bündeln: die zentrale Denkhandlung beim Nutzen multiplikativer Strukturen ist das *Unitizing*, d.h. das Bilden und Zählen neuer *Units*: Der zweite Faktor beschreibt, wie groß die Gruppen sind, der erste Faktor zählt, wie viele Gruppen vorliegen. Diese Deutung muss in alle graphischen Darstellungen und alle Kontextsituationen hineingesehen werden, bildet also das Bindeglied zwischen den verschiedenen anderen Grundvorstellungen und ist relevant für alle graphischen Darstellungen.



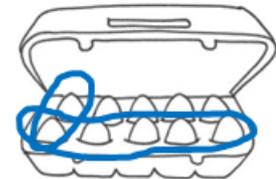
Identifizieren der sprachlichen Anforderungen zum Multiplikationsverständnis

Für den Aufbau von Multiplikationsverständnis müssen Kinder die Bedeutung der Multiplikation verstehen. Viele Schulbücher versuchen dies durch Situationen wie die folgende: „Ich gehe dreimal in den Keller und hole immer 2 Flaschen, also $2 + 2 + 2$, das sind $3 \cdot 2$ “. So wird versucht, Bedeutungen für die neue Operation zu konstituieren. Dies geschieht durch zwei Anknüpfungen, zum einen an die Alltagsbedeutung des Wortes „mal“ beim mehrmaligen Wiederholen eines Vorgangs („Nochmal“, sagt bereits jedes Kleinkind) und zum anderen an die fortgesetzte Addition, die zur Definition in symbolischer Darstellung herangezogen wird ($3 \cdot 2$ definiert als $2 + 2 + 2$). Beide Anknüpfungen können für den Vorstellungsaufbau sprachliche Probleme mit sich bringen:

- „Mal“ ist ein Wort, das zwar vertraut klingt und deswegen kaum hinterfragt wird, im Alltag jedoch nicht mit der Kernbedeutung des Zählens in Bündeln verknüpft ist.
- Fortgesetzte Addition lässt sich zwar auch als Zählen in Bündeln umdeuten, doch bietet sie in ihrer symbolischen Darstellung selbst keine stabile Deutungsbasis für mathematikschwache Lernende, die deswegen oft Addition und Multiplikation verwechseln. Vorzuziehen ist daher die Anknüpfung an das Zählen in Schritten anstelle von fortgesetztem Addieren.

Die Sprachmittel „mal“ und fortgesetzte Addition helfen demnach nicht, um die Bedeutung der Multiplikation zu erklären, da sie den zentralen mentalen Prozess des Bündelns nicht unterstützen. Lernende, die über keine weiteren Sprachmittel verfügen, können daher die Struktur des Bündelns oft nicht nur nicht erklären, sondern auch nicht erfassen, wie folgende Beispiele:

- Tanya (3. Klasse) erklärt den Ausdruck „zwei mal fünf Eier im Karton“ so: „Hier des als erstes rechnen [*kreist zwei übereinander liegende Eier ein, vgl. Abb.*], also das sind zwei - mal 1,2,3,4,5 [*zeigt auf die fünf Eier der ersten Reihe*]. Zwei mal fünf.“ Tanya hat zwar das Bild richtig zugeordnet, jedoch die multiplikative Struktur nicht expliziert. Die zwei Fünfer-Bündel werden nicht identifiziert oder sprachlich adressiert.
- Belmin (6. Klasse) begründet, warum aus seiner Sicht das Haken-Bild aus Abb. 2 zu $3 \cdot 4 = 12$ passt: „Das passt, weil [...] drei, die nach oben gehen und vier, die also seitlich gehen nach rechts.“ (Video N4-BG aus Mathe sicher können). Weil Belmin nur die Ränder thematisiert, fällt ihm nicht auf, dass der Haken keine 12 Punkte enthält. Eine multiplikative Struktur wird nicht erklärt.

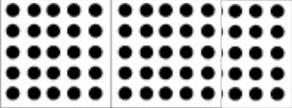


Zum Vorstellungsaufbau sollte daher ein Sprachmittel angeboten werden, um den mentalen Prozess des Bündelns zu unterstützen: In dem Satzbaustein „drei 4er“ ist das Bündel als neue Einheit auf kürzest-mögliche Weise ausgedrückt. Untersuchungen von Lernprozessen zeigen, dass diejenigen Kinder, denen dieses Sprachmittel angeboten wird, den mentalen Prozess des Zählens in Bündeln besser bewältigen (Prediger 2019).

Die folgende Tabelle fasst zusammen, welche Sprachhandlungen und Sprachmittel für den Vorstellungsaufbau zur Multiplikation konkret benötigt werden.



Tabelle: Zentrale Sprachhandlungen und Sprachmittel für den Vorstellungsaufbau zur Multiplikation

Fachliches (Teil-)Lernziel	Sprachhandlung und dazu notwendige Sprachmittel <i>(wichtigste Satzbausteine kursiv gedruckt)</i>
Aktivieren von Vorerfahrungen in mathematisch reichhaltigen Situationen	<p>Beschreiben von Situationen bzgl. multiplikativer Bündel-Strukturen:</p> <ul style="list-style-type: none"> Wir haben 3 Teams gebildet, in jedem Team sind 4 Kinder. Kürzer: Aus 12 Kindern werden drei 4er Gruppen gebildet. Wir fragen immer: Wie groß sind die Gruppen? Wie viele Gruppen sind es? 
Erarbeiten der Bedeutungen der Multiplikation	<p>Erklären von Bedeutungen der Multiplikation und Division:</p> <ul style="list-style-type: none"> $4 \cdot 3$, das passt zum <i>Zählen in Schritten</i>: 3, 6, 9, 12, oder zu <i>vier 3er Gruppen</i>. $12 : 3$ passt zur Frage: Wie viele 3er Gruppen <i>passen in</i> 12? In 12 passen vier 3er Gruppen, also $12 : 3 = 4$, $12 : 4$ passt auch zur Frage: Ich verteile 12 auf 4 Gruppen, wie viele Kinder sind in jeder Gruppe? Vier 3er-Gruppen, also $12 : 4 = 3$. <p>Erklären der Passung verschiedener Darstellungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> Hier im Bild sehe ich 12 Punkte vier 3er Reihen, also passt es zu $12 : 3 = 4$, $12 : 4 = 3$ und $4 \cdot 3 = 12$. Im Bild sehe ich auch drei 4er Spalten, also passt es zu $3 \cdot 4$. 
Verknüpfen mit formalen Schreibweisen	<p>Formalbezogene Begriffe einführen:</p> <ul style="list-style-type: none"> „Mal nehmen mit“ heißt auch <i>Multiplizieren mit</i> „Verteilen“ oder „Passen-in“ gehört zum <i>Teilen durch</i> „Teilen durch“ heißt auch <i>Dividieren durch</i>
Geschicktes Rechnen durch Zerlegungen verstehen	<p>Inhaltliches Begründen von Zerlegungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> Statt $5 \cdot 13$ rechne ich $5 \cdot 10 + 5 \cdot 3$, denn <i>fünf 13er</i> kann ich <i>splitten</i> in fünf 10er und fünf 3er. Also ist $5 \cdot 13 = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 3$. 
Formale Rechenwege	<p>Erläutern / Berichten von Rechenwegen und Vorgehensweisen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <i>1. Faktor multipliziert mit 2. Faktor ergibt Produkt.</i> Ich <i>zerlege</i> den 2. Faktor: $5 \cdot 13 = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 3$.
Vielfältiges Anwenden, auch in unvertrauten Kontexten	<p>Decodieren von Texten bzgl. multiplikativer Bündel-Strukturen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <i>Vier Teams mit je 3 Leuten; vier Gruppen à 3 Leuten</i> <i>Pro Auto 3 Personen; jeweils, zu je, ...</i> <i>Wie viele passen in?</i>

Literatur

Prediger, Susanne (2019). Mathematische und sprachliche Lernschwierigkeiten – Empirische Befunde und Förderansätze am Beispiel des Multiplikationskonzepts. *Lernen und Lernstörungen*, 8(4), 247-260. <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/19-Lernstoerung-Prediger-Sprachfoerderung-Multiplikation-Webversion.pdf>

Didaktischer Kommentar zum Mathe-sicher-können-Förder-Baustein N4 mit Tipps zu jeder Aufgabe: mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n4