



Language for Mathematics in Vocational Contexts

Proportionalität verstehen für den Beruf – Didaktischer Kommentar

Von Lena Wessel & Andrea Stein

www.lamavoc.nrw.de
sima.dzlm.de/bk



Quelle und Impressum

Projekt-herkunft	 <p>Language for Mathematics in Vocational Contexts</p>	Dieses Material wurde entwickelt und erprobt im Projekt LaMaVoC – Language for Mathematics in Vocational Contexts .
Nutzungs-rechte		Das Material kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA : Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz weiterverwendet werden. Es basiert auf Forschung und Entwicklung aus dem Projekt LaMaVoc. Alle Bilder sind lizenzfrei.
Finanzierung des Projekts	 <p>Kofinanziert durch das Programm Erasmus+ der Europäischen Union</p>	Dieses Projekt wurde mit Unterstützung der Europäischen Kommission finanziert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung trägt allein der Verfasser; die Kommission haftet nicht für die weitere Verwendung der darin enthaltenen Angaben.
Projekt-koordination		Bezirksregierung Arnsberg Projektkoordination durch EU-Geschäftsstelle für Wirtschaft und Berufsbildung des Dezernats 45, Berufskolleg
Wissenschaftliche Leitung		DZLM - Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik Standorte Dortmund, Freiburg, Paderborn Prof. Dr. Susanne Prediger & Prof. Dr. Lena Wessel
26 beteiligte Institutionen	Aufgeführt unter	https://www.bezreg-arnsberg.nrw.de/themen/l/LaMaVoC_de/projekt-partner/index.php
Zitierbar als	Wessel, Lena, Epke, Patricia, Stein, Andrea & Wittebur, Daniela (2020). Proportionalität verstehen für den Beruf. Unterrichtsmaterial und didaktischer Kommentar. Open Educational Ressource. Dortmund / Freiburg / Paderborn: DZLM. Verfügbar unter sima.dzlm.de/um/bk-001	



Didaktischer Kommentar zum Lehr-Lehr-Arrangement Proportionalität verstehen für den Beruf

Lena Wessel & Andrea Stein

Zielgruppe und Berufsbezüge

Zielgruppe sind Jugendliche der Berufsfachschule I und II der Anlage B. Bei dieser Zielgruppe handelt es sich um Lernende in der Berufsvorbereitung, die berufsbezogene Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten erlangen und den Hauptschulabschluss nach Klasse 9 oder 10 erwerben. Die berufsbezogenen Kontexte haben neben den typischen Situationen, in denen Jugendliche auch im Alltag proportionalen Zusammenhängen begegnen (Einkäufe, Umrechnungen), vorrangig Bezug zu den Berufsfeldern Fahrzeug-, Holz-, Metall- und Elektrotechnik. Diese Berufsfeldbezüge können in den entsprechenden Aufgaben zu Umrechnungen jedoch leicht durch andere Kontexte ausgetauscht werden (Kontexte in Aufgaben auf Stufen 1a bis 1c). Komplexer werden die beruflichen Zusammenhänge und somit auch die beruflichen Sprachhandlungen und berufsfeldspezifischen Sprachmittel in den Kernaktivitäten auf Stufe 2 (die ausgelagert sind in sogenannte Kernaktivitäten, siehe entsprechende didaktische Kommentare). Variationen der berufsbezogenen Kontexte sind auch hier möglich. Dies erfordert in der Planung allerdings eine intensivere Auseinandersetzung mit dem Berufsfeld, um geeignete Modifikationen aufzuspüren und ist somit weniger leicht und weniger schnell realisierbar.

Didaktischer Hintergrund zum Lernen von Proportionalität

Proportionalität wurde in der traditionellen Sachrechendidaktik mit dem Dreisatz-Schema gleichgesetzt. Damit bleiben jedoch viele Verstehens-Chancen für funktionales und multiplikatives Denken ungenutzt. Daher wird Proportionalität inzwischen als spezifischer funktionaler Zusammenhang zwischen zwei Größen angesehen, der feste multiplikative Strukturen enthält. Als Spezialfall des funktionalen Zusammenhangs sind proportionale Zusammenhänge dementsprechend verbal, symbolisch, graphisch und tabellarisch darzustellen und zwei Vorstellungen aufzubauen (Greefrath 2010):

- **Zuordnungsvorstellung:** Eine Größe ist einer anderen Größe so zugeordnet, dass diese von ihr abhängig ist. Das Spezifische der proportionalen Zuordnung lässt sich fassen als Verhältnisgleichheit zwischen den Werten (d.h. $b/a = f(b) / f(a)$) oder als Quotientengleichheit zwischen den Größen (d.h. $f(a) / a = f(b)/b = f(1)$).
- **Kovariationsvorstellung:** Die gemeinsame Veränderung beider Größen lässt sich charakterisieren durch additive Konstanz („Pro Portion kommt immer das Gleiche hinzu“) oder Multiplikativität („Wenn sich die erste Größe verdoppelt, verdoppelt sich auch die zweite Größe“).

Für Jugendliche in der Berufsfachschule ist der Vorstellungsaufbau von Kovariation und Zuordnung zum Weiterlernen unabdingbar, da in vielen späteren berufsbezogenen Anforderungen (insbesondere der technischen Berufe) funktionale Zusammenhänge eine prominente Rolle spielen.

Verstehensgrundlage für einen verständigen Umgang mit Proportionalität sind die multiplikativen Strukturen des Zählens in größeren Bündeln, denen die vier genannten Eigenschaften (Verhältnis-, Quotientengleichheit, additive Konstanz und Multiplikativität) von Proportionalität zugrunde liegen: Pro Portion der ersten Größe werden Bündel der zweiten Größe gebildet und in Bündeln gezählt. Dies ist an der Doppelskala zu visualisieren. Ob eine Kontextsituation als proportionaler Zusammenhang beschreibbar ist, kann über die vier äquivalenten Eigenschaften oder durch mentales Bündeln geprüft werden (van Galen et al. 2008).



Im Sprachbaustein „Pro Portion“ steckt bereits die Idee des Bündelns. In Kovariationsperspektive bedeutet dies, dass pro Portion immer der gleiche Wert hinzukommt. Diese Grundidee der multiplikativen Struktur sollte von der Lehrkraft als Sprachvorbild und von den Lernenden immer wieder versprachlicht und zur Basis der Verständigung über die verschiedenen Strategien und Darstellungen gemacht werden; im Wechselkurskontext also z. B. so: „Für 10 Euro bekommt man zehn 7er Einheiten Lira, also 10 mal 7 Lira“. Zum Vorstellungsaufbau ist es daher wichtig, Sprachmittel für multiplikative Strukturen anzubieten, um den Übergang von einer rein additiven Sicht („es wird immer dasselbe hinzuaddiert“) zum Zählen in Bündeln in multiplikativer Sicht anzustoßen. Denn nur sie führen zur Verhältnis- und Quotientengleichheit. Ebenso sind diejenigen funktionalen Sprachmittel aufzubauen, die nötig sind, um die gemeinsame Veränderung der zwei Größen zu erfassen. Durch Einfordern der Sprachhandlung „Bedeutung von Proportionalität erklären“ werden die konzeptuellen Lernziele in diesen Bereichen adressiert.

Mit Blick auf die typischen Rechenstrategien zum Umgang mit Proportionalität sollten zur Stärkung des multiplikativen und funktionalen Denkens daher Rechenstrategien flexibel und in ihrer Vielfalt thematisiert werden (Leuders et al. 2014, S.12):

- **Direktes Hoch- oder Runterrechnen** (von 12 auf 24 bzw. 3);
- **Hoch- und Runterrechnen über die 1** (= Dreisatz-Schema);
- **flexibles Hoch- und Runterrechnen** mit „intelligenterem“ Zwischenschritt (von 12 auf 3 runter- und dann auf 15 hochrechnen);
- **Zusammenrechnen** (z.B. $f(12) + f(3) = f(15)$);
- **Rechnen mit dem festen Faktor**: der Wert der 2. Größe ergibt sich durch Multiplizieren der 1. Größe mit dem festen Faktor, dieser entspricht dem Wert pro 1 Portion.
- ...

Mit den Jugendlichen der Berufsfachschule sollten die Strategien nicht schematisch wiederholt, sondern (wieder-)entdeckt und verglichen werden, da sich daran auch das inhaltliche Verständnis der Proportionalitätseigenschaften festigt sowie die mathematikbezogene Kommunikation authentisch und reichhaltig angeregt werden kann, wenn gegenseitig die unterschiedlichen Rechenstrategien erläutert werden.

Damit Rechenstrategien flexibel und verständig angewendet werden können, sind zudem Lerngelegenheiten für das Prüfen der Voraussetzung von Proportionalität wichtig, um vorschnelle Überlinearisierung zu verhindern (de Bock et al. 2002). Gerade für spätere berufliche Anforderungen, bei denen die Wahl des passenden mathematischen Modells eine wichtige Voraussetzung für das weitere Lösen von Problemen darstellt, ist die Verfolgung dieses konzeptuellen Lernziels hochrelevant. Als wichtige Sprachhandlung geht damit das Argumentieren für und gegen Proportionalität einher.



Kurz-Überblick zum Lehr-Lernarrangement mit Vorschlag zum Zeitrahmen

Stufe im Lernpfad	Mathematische und sprachliche Inhalte	Zeit	Kontexte
Stufe 1a -> 1b Aktivierung des Vorwissens zu Rechenstrategien, Darstellungen und Bedeutung von Proportionalität	<ul style="list-style-type: none"> „Pro Portion“ verstehen mit verschiedenen Darstellungen (Tabelle, Streifenbild, Doppelskala) Entwicklung eines Sprach- und Wissensspeichers zur Bedeutung von Proportionalität 	90 Minuten	<ul style="list-style-type: none"> Leihgebühren und Geldwechsel im Ausland
Stufe 1b -> 1c Proportionalität prüfen	<ul style="list-style-type: none"> Proportionale Zusammenhänge herstellen und beschreiben (Zuordnungsübungen) Zusammenhänge zwischen zwei Größen auf Proportionalität prüfen Rechenstrategien wiederholen („Rechnen mit dem festen Faktor“, „Flexibles Hoch- und Runterrechnen“) und geschickt anwenden 	90 Minuten	<ul style="list-style-type: none"> Verschiedene Kontexte und Alltagssituationen (z. B. Telefonatarife)
Stufe 1c Geschickt mit proportionalen Zusammenhängen rechnen	<ul style="list-style-type: none"> Rechenstrategien: Rechnen mit dem festen Faktor, Hoch- und Herunterrechnen (auch, aber nicht nur über die 1) Rechenstrategien vergleichen und in Textaufgaben anwenden Geschickt Rechnen und Portionsgrößen begründen 	90 Minuten	<ul style="list-style-type: none"> Berufsbezogene Kontexte zu Größen und Maßen, vorrangig im Bereich Holztechnik
Stufe 2 Sprachproduktion in authentischen Kommunikationssituationen	<ul style="list-style-type: none"> Verschiedene mathematische Schwerpunkte auf Proportionalität und berufsbezogene Sprachhandlungen je nach Kernaktivität (weitere Dokumente) 	90 Minuten	<ul style="list-style-type: none"> Verschiedene Berufsbezüge

Umsetzung der Prinzipien im Lehr-Lernarrangement

Prinzip der (Re-)Aktivierung inhaltlichen Denkens vor Kalkül
zum Aufbau von konzeptuellem Verständnis in sehr heterogenen Klassen durch Anknüpfungen an schulmathematisches und alltägliches Vorwissen und durch Ermöglichung neuer Zugänge zum inhaltlichen Denken. 1

Prinzip der reichhaltigen Diskursanregungen
unterstützt durch lexikalisches Scaffolding. 2

Prinzip der beruflich-kommunikativen Reichhaltigkeit
durch Anwenden und Diskutieren mathematischer Konzepte und Rechenwege in kommunikativ reichhaltigen, authentischen beruflichen oder berufsnahen Situationen. 3

Prinzip der Darstellungs- & Sprachebenenvernetzung
von Alltags-, Bildungs-, Fach- und berufsbezogener Sprache und Darstellungen (symbolisch-numerisch, symbolisch-algebraisch, grafisch, tabellarisch) zur integrierten Konzept- und Sprachentwicklung. 4

Abb. 1: Vier LaMaVoC Unterrichtsprinzipien



Die LaMaVoC Prinzipien (siehe Abb. 1) sind im Lehr-Lernarrangement wie folgt umgesetzt:

1 Prinzip der Reaktivierung Inhaltlichen Denkens vor Kalkül

Für den Kompetenzaufbau kommt es entscheidend auf das inhaltliche Verständnis an: Obwohl proportionale Zusammenhänge eine hohe Alltagsrelevanz aufweisen, haben viele Lernende häufig kein inhaltliches Verständnis, wann sich ein Zusammenhang proportional verhält, weil sie z. B. nur unverstandene Rechenstrategien auswendig gelernt und wieder vergessen haben. Ohne fundiertes inhaltliches Verständnis besteht die Gefahr, dass die Lernenden sich beim Umgang mit proportionalen und nicht proportionalen Zusammenhängen an unverstandenen Lösungsverfahren (z. B. Dreisatz) orientieren oder Übergeneralisierungen vornehmen, weil sie nicht in der Lage sind, proportionale von nicht proportionalen Zusammenhängen zu unterscheiden. Doch die Rechenverfahren kann nur anwenden, wer Situationen in mathematische Fragestellungen übersetzen kann. Zu einem inhaltlichen Verständnis gehört insbesondere, auf die *Zuordnungs- und Kovariationsvorstellung* zurückgreifen zu können. So könnte je nach Vorkenntnissen in der Lerngruppe im berufsfachschulischen Mathematikunterricht zwar beim Lernen von Proportionalität direkt mit den Rechenstrategien angesetzt werden, adaptiv sollten jedoch die multiplikativen Strukturen und ihr Zusammenhang zur sukzessiven Addition (re-)aktiviert werden, wozu das Streifenbild besonders geeignet ist.

Aufgabe:

- Ergänzen Sie die fehlenden Werte in Kenans Tabelle und zeichnen Sie seine Schritte mit Pfeilen ein.
- Erklären Sie Leonies Bild:
 - Wieso zeichnet sie ein Rechteck mit 10 Zeilen?
 - Welche Rechenoperation passt zu den Rechteck mit den zehn 8er-Zeilen?
 - Welche Rechenoperation passt 10 l à 8€ pro Liter?
 - Wie sieht man Kenenas Schritte in Leonies Bild?

Öl in Liter	Preis in Euro
1	8
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

1 l

10 l à 8 € pro Liter

8 €

Abb. 2: Aufgabenbeispiel zu additiven und multiplikativen Struktur in Tabelle und Streifenbild

4 Prinzip der Darstellungs- & Sprach-ebenenvernetzung

Das inhaltliche Denken erfordert nicht die formalbezogenen Sprachmittel zu den verschiedenen Rechenwegen (fester Faktor, multiplizieren, dividieren), sondern solche, die zum Erklären ihrer Bedeutung relevant sind. Damit die Lernenden die Sprachhandlung Erklären von Bedeutung ausführen können, werden diese bedeutungsbezogenen Sprachmittel an die verschiedenen Darstellungen (Streifenbild, Tabelle, Doppelskala) angeknüpft. Abbildung 4 zeigt, wie die Sprachmittel zum Erklären von Proportionalität (erste Größe, zweite Größe und verschiedene Sprachmittel für die feste Änderung pro Schritt) mit der Tabelle verknüpft werden. Die berufsbezogene Sprachebene wird vor allem auf Stufe 2 im Lernpfad berücksichtigt. (Metall-)technische Kontexte haben besonderes Potential, sprachliche Reflexionsaktivitäten zu initiieren, wenn die Fachsprache der Mathematik (Proportionalitätsfaktor, Steigung) mit berufsbezogener Fachsprache (Steigung einer Schraube, Gewindetypen etc.) vernetzt werden.

Tabelle und Doppelskala fungieren im Lehr-Lern-Arrangement als das durchgängige numerische und graphische Darstellungsmittel, an denen jeweils die Beziehungen der in Kontextsituationen genannten Größen sowie die Veränderung sortiert werden können. So ergeben sich aus der Darstellungsvielfalt und den verschiedenen Sprachebenen sprachlich reichhaltige Zuordnungsaufgaben zum Erklären und Begründen der (Nicht-)Passung (siehe Abbildung 4 links) sowie zum Anwenden und Einschleifen der relevanten bedeutungsbezogenen Sprachmittel (siehe Abbildung 4 rechts).



Tabelle 1		Tabelle 2		Tabelle 3	
Anzahl	Preis in €	Anzahl	Preis in €	Anzahl	Preis in €
2	24	14	56	26	0,20
3	36	32	128	78	0,60
6	72	113	452	156	1,20

Proportionale Strategien erläutern

Tim, Emily, Leonie und Kenan erklären proportionale Zusammenhänge verschieden. Wer hat sich dabei auf welches Bild oder welche Tabelle bezogen?

- Ordnen Sie die Erklärungen der Jugendlichen den **Darstellungen A bis D** zu.
- Begründen Sie Ihre Zuordnungen.

Leonie: Die feste Änderung ist 5, weil in jeder Zeile immer 5 dazu kommen.
 Emily: Die Schrittlänge vervierfacht sich jeweils.
 Kenan: Die Größen verdoppeln sich von Zeile zu Zeile.
 Tim: Der Zusammenhang ist proportional, weil der feste Faktor in jeder Zeile 12 ist.

A: Pro Portion kommen immer 12 € dazu.

B: Auf beiden Seiten verdreifacht sich der Wert.

C: [Empty box]

D: Der ersten Größe wird das Vierfache der zweiten Größe zugeordnet.

E: Von Zeile zu Zeile verdoppelt sich der Wert.

F: [Empty box]

A

B

C

D

Abb. 3: Zuordnungsaufgabe aus dem Lehr-Lern-Arrangement

2 Prinzip der reichhaltigen Diskursanregungen mit lexikalischen Scaffolds

Die Teilaufgabe in Abbildung 4 (unten) regt dazu an, für und gegen Proportionalität zu argumentieren. Dabei handelt es sich zusammen mit der Sprachhandlung „Erklären der Bedeutung von Proportionalität“ um die relevanteste Sprachhandlung zum Aufbau konzeptuellen Wissens zur Proportionalität. Auch das Erläutern von Rechenstrategien zu Beginn des Lehr-Lern-Arrangements sind wichtige Diskursanregungen, mit denen immer wieder das Berichten, Erläutern, Erklären und Begründen angeregt wird, dabei darf jedoch zwingend die Anbindung an die Bedeutung nicht vernachlässigt werden. Dafür enthalten die konzeptuell reichhaltigen Sprachspeicherseiten jeweils die notwendigen lexikalischen Scaffolds (Abb. 4 oben).

Wichtigste Sprachhandlungen zum Aufbau konzeptuellen Wissens zur Proportionalität:

- Erklären der Bedeutung von Proportionalität
- Argumentieren für und gegen Proportionalität

a) Die Tabelle auf der nächsten Seite zeigt den **proportionalen Zusammenhang** zwischen den Währungen Euro und Kuna.

- Berechnen Sie die fehlenden Werte.
- Markieren Sie mit Pfeilen, wie Sie gerechnet haben.

b) Beschriften Sie die Tabelle mithilfe der folgenden Satzbausteine.

Um welche Größen geht es?

- Erste Größe
- Zweite Größe
- In der linken / rechten Spalte der Tabelle

Wie verändern sich die Werte?

- von Zeile zu Zeile
- von oben nach unten
- pro Portion der ersten Größe
- hinzu kommen / es kommt immer ... hinzu
- gleichmäßig mehr werden
- in jedem Schritt
- vervielfachen, (verdreifachen, vervierfachen, usw.)

Geld in Euro	Geld in kroatischem Kuna
1	
4	30
20	
60	450
100	

• Prüfen Sie, ob die Zusammenhänge zwischen den beiden Größen „Anzahl“ und „Preis“ in den Tabellen 1 bis 3 proportional sind.

• Überlegen Sie für die Preisgestaltung im Beruf: Was kann dafür sprechen, Preistabellen nicht proportional zu gestalten?

Tabelle 1	
Anzahl	Preis in €
2	24
3	36
6	72

Tabelle 2	
Anzahl	Preis in €
14	56
32	128
113	452

Tabelle 3	
Anzahl	Preis in €
26	0,20
78	0,60
156	1,20

Abb. 4: Wichtigste Sprachhandlungen und Sprachmittel im Lehr-Lern-Arrangement



Stundenplanungen und Lernziele im Einzelnen

Die folgende Tabelle zeigt auf, welche weiteren Sprachhandlungen und Sprachmittel fachlich und beruflich relevant und zu welchem Zeitpunkt im Rahmen des Lehr-Lern-Arrangement thematisiert werden. Sie ist strukturiert nach Unterrichtsstunden und Stufen im Lernpfad.

Erste Doppelstunde (Stufe 1a -> 1b): Rechenstrategien, Darstellungen und Bedeutung von Proportionalität	
<p>Konzeptuelle Lernziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Re-Aktivierung von inhaltlichem Verständnis, Aktivierung von Vorwissen • Einführung der verschiedenen Darstellungen Tabelle, Streifenbild und Doppelskala • Ermöglichung vielfältiger Zugangsweisen und Rechenwege <p>Die Vielfalt der Rechenstrategien beim Umgehen mit proportionalen Zusammenhängen soll als Sprachanlass zugelassen und angeregt werden. Diese Vielfalt bietet einen authentischen Anlass zum Austausch unter den Lernenden und berücksichtigt so die heterogenen Lernvoraussetzungen der Jugendlichen.</p>	<p>Sprachliche Lernziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • der Anregung eigensprachlicher Ressourcen zum Erklären von Bedeutungen und Erläutern von Rechenwegen • der Erarbeitung bedeutungsbezogener Sprachmittel zum Erklären der Bedeutung von Proportionalität
<p>Lernziel 1a-1: Multiplikative Struktur der Zuordnungsvorstellung und Kovariationsvorstellung erkennen</p>	<p>Erklären der Bedeutung der Multiplikation für Zuordnung:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Pro Euro bekommt Kenan immer den gleichen Betrag in Lira. Für einen Euro bekommt er 7 Lira, für zwei Euro 14 Lira usw.</i> <p>Erklären der Bedeutung der Multiplikation bei Kovariation:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Wenn immer eine Einheit hinzugenommen wird, dann wird die zweite Größe auch um die gleiche Zahl mehr. Man zählt in Schritten.</i>
<p>Lernziel 1a-2: Konzept von proportionalen Zusammenhängen bezüglich des Begriffs „pro Portion“ verstehen</p>	<p>Erklären der Bedeutung von „pro Portion“ als Charakteristikum:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Beide Größen haben den Ausgangswert null und dann kommt pro Portion immer das Gleiche hinzu.</i> • <i>Der Graph beginnt im Koordinatensystem bei 0 und stellt eine Gerade dar.</i> • <i>Das Verhältnis bleibt gleich, also bekommt man für doppelt so viel (Euro, Geld, ...) auch zu doppelt so viel (Lira, Waren, ...)</i>
<p>Lernziel 1a-3: Darstellungen (wieder-)lernen: Doppelskala, Tabelle, ggf. Streifenbild</p>	<p>Erklären der charakteristischen Eigenschaften von Proportionalität in graphischen und numerischen Darstellungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>In der Tabelle kommt von Zeile zu Zeile immer derselbe Wert hinzu.</i> • <i>Die erste Größe und die zweite Größe verändern sich gleichmäßig.</i>
<p>Mögliche Umsetzung im Unterricht:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Als Einstiegsszenario werden für eine Einkaufs- und Geldwechselsituation im Ausland verschiedene Rechenstrategien angeboten, die Einstiegssituation soll allerdings gleichzeitig dazu genutzt werden, die individuellen Strategien der Lernenden zu evozieren. • Weitere informelle Rechenstrategien sind möglich und dienen neben der Wiederholung als reichhaltiger Kommunikationsanlass. Individuelle oder Partner-Bearbeitungen sollen daher in einem anschließenden Unterrichtsgespräch diskutiert und gesichert werden. Die gemeinsame Sicherung der eigensprachlichen Ressourcen und Sprachangebote für die Erklärung der Bedeutung von Proportionalität erfolgt mit dem Sprachspeicher in Teil A. • Als methodische Variation können Sprachbausteine auf Post-Its geschrieben und an die Jugendlichen verteilt werden. Mit dem jeweiligen Sprachbaustein soll jeder / jede Lernende/r einen Satz formulieren. • In nachfolgenden Lernsituationen sollten Verbindungen und Rückbezüge erfolgen, der Sprachspeicher kann dafür als Plakat im Klassenraum aufgehängt und sukzessive ergänzt werden. 	



Zweite Doppelstunde (Stufe 1b -> 1c): Proportionalität prüfen

Konzeptuelle Lernziele:

- Rechenstrategien vergleichen und flexibel nutzen
- Proportionale Zusammenhänge erkennen und prüfen

Lernziel 1b-1:

Proportionale von nicht proportionalen Zusammenhängen unterscheiden

Lernziel 1b-2:

Rechenstrategien flexibel anwenden

Sprachliche Lernziele:

- Vertiefung und Anwendung des gemeinsamen bedeutungsbezogenen Denkwortschatzes zum Erklären von Bedeutung von Proportionalität und Argumentieren für / gegen Proportionalität

Argumentieren für oder gegen proportionale Zusammenhänge zwischen gegebenen Größen:

- *Der Zusammenhang ist proportional, weil der feste Faktor sich nicht ändert, weil Schritt für Schritt immer das Gleiche hinzukommt und, weil der Graph im Koordinatensystem eine Gerade durch Null darstellt.*
- *Der Zusammenhang ist nicht proportional, weil die Portionen verschieden groß sind, d.h. es kommt nicht immer nicht gleich viel dazu.*

Erläutern verschiedener Rechenstrategien:

- *Auf beiden Seiten der Tabelle multipliziere oder dividiere ich mit der gleichen Zahl.*
- *Wenn ich die Werte der ersten Größe zusammenrechne, dann rechne ich auch die zugehörigen Werte der zweiten Größe zusammen.*

Begründen der Wahl einer Rechenstrategie:

- *Wenn viele verschiedene große Werte der zweiten Größe gesucht sind, ist es geschickt, mit dem festen Faktor zu rechnen.*

Mögliche Umsetzung im Unterricht:

- Zum Prüfen von Proportionalität bietet es sich an, die verschiedenen Situationen auf Kartensätzen vorzubereiten und von den Lernenden sortieren zu lassen. Nach Zwischensicherung der Urteile (proportional ja/nein) sowie Sprachmitteln zur Begründung erfolgt die Sicherung des inhaltlichen Verständnisses im Sprachspeicher. Die Begegnung mit nicht proportionalen Zusammenhängen ist ein für den Vorstellungsaufbau sehr relevanter Moment, um Übergeneralisierungen von Proportionalität vorzubeugen.
- Zum Vergleich verschiedener Rechenstrategien bietet es sich an, die Lernenden mit ihren bewährten sowie besonders beliebten Strategien hantieren zu lassen und nach einer Sammelphase die Vor- und Nachteile, sowie Bedingungen für den Einsatz der jeweiligen Strategie im Plenum zu reflektieren. Sprachmittel zum Begründen aus vorherigen Situation können dabei vertieft werden (Die Strategie ... ist bei den gegebenen Voraussetzungen ... besser als ... , weil ...)



Dritte Doppelstunde (Stufe 1c): Verschiedene Konstellationen unterscheiden

<p>Konzeptuelle Lernziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rechenstrategien: Rechnen mit dem festen Faktor, Hoch- und runterrechnen (auch, aber nicht nur über 1) • Vertiefung der (ggf. individuell verschiedenen) Rechenverfahren zum Lösen von Textaufgaben • Geschicktes hoch- und runterrechnen in Tabellen <p>Lernziel 1c-1: Rechenstrategien flexibel und sicher anwenden</p> <p>Lernziel 1c-2: Passende Zahlwerte für geschicktes, schnelles Rechnen in Tabellen finden</p>	<p>Sprachliche Lernziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Erweiterung und Vernetzung des bedeutungs-, formal- und berufsbezogenen Sprachschatzes, um Portionsgrößen geschickt zu wählen und zu begründen • Textaufgaben lesen, sortieren und berufsbezogene Antworten schreiben <p>Erläutern verschiedener Rechenstrategien:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Um den festen Faktor zu berechnen, teile ich den Wert der zweiten Größe durch den zugehörigen Wert der ersten Größe. • Wenn ich einen Wert der ersten Größe mit dem festen Faktor multipliziere, erhalte ich den zugehörigen Wert der zweiten Größe. • Der Wert der zweiten Größe zu einer Portionsgröße 1 ($x=1$) entspricht dem festen Faktor. <p>Portionsgrößen begründen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Es ist geschickt von 200 auf 20 runterzurechnen, weil 20 zehn Mal in 200 passt.
---	--

Mögliche Umsetzung im Unterricht:

- Arbeitsteilige Gruppenarbeit zu den Strategien mit Expertengruppen, die sich jeweils eine der Strategien selbstständig erarbeiten. Anschließender Austausch mit einer Person aus der Gruppe der jeweils anderen Strategie, um gegenseitig die Strategien zu erläutern.
- Im Anschluss an arbeitsteilige Gruppenarbeit Zwischensicherung und Anwenden der Strategien nach Wahl. Dabei jeweils Sprache weiter dadurch einfordern, dass die eigene Wahl der Strategie begründet wird. Neben der Strategiewahl auch Begründung der Zahlwerte bei Lösungen mit hoch- und runterrechnen.

Vierte Doppelstunde (Stufe 2): Berufsbezogene Kernaktivitäten erarbeiten

<p>Konzeptuelle Lernziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gelernte Konzepte werden angewendet in Modellierungs- und komplexeren Anwendungssituationen, die in neuen beruflichen Kontexten eine Rolle spielen. (→ kommunikative und kognitive Funktion von Sprache) <p>Lernziel 2: Dekodieren berufsbezogener Texte; Sprache anwenden in beruflichen Kommunikationssituationen</p>	<p>Sprachliche Lernziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sprache wird eingefordert in mathematiklernförderlichen und berufsbezogenen Sprachhandlungen. • Erarbeitung des kontext- und berufsbezogenen Sprachschatzes geschieht abhängig und spezifisch nach Kernaktivität (siehe jeweils Übersicht zu Sprachhandlungen und Sprachmitteln in Steckbriefen) <p>Dekodieren berufsbezogener Texte und Diagramme:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Die empfohlene Referenzmenge gibt an, wie viel Gramm Zucker man am Tag maximal zu sich nehmen sollte. <p>Erklären irreführender Informationsangaben:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Das Toastbrot enthält laut Verpackung 1,5 g Zucker pro Portion, was 2 % der empfohlenen Referenzmenge darstellt. Gegeben sind also Teil und Anteil, gesucht ist das Ganze, in Gramm. Das sind 75 g (2 % von 75 g sind 1,5 g).
---	--

	Zucker (in g) pro 100 g/ml	Zucker (in g) pro Portion des Produktes	Zucker pro Portion in % der Referenzmenge	Nachgerechnete Referenzmenge (in g)	Tägliche WHO-Zuckerempfehlung (s. Auftrag 1)	Zucker pro Portion in % der täglichen Zuckerempfehlung
Knuspermüli	24 g	12 g	Keine Angabe		50 g	
Monster Drink	11 g	55 g	61 %	90 g	50 g	110 %
Pizza	3 g	9,7 g	11 %	88 g	50 g	19,4 %
Toast	3,9 g	1,5 g	2 %	75 g	50 g	3 %

Mögliche Umsetzung im Unterricht:

Hinweise zur methodischen Umsetzung finden sich in den Steckbriefen zu den einzelnen Kernaktivitäten. Passend eingesetzt werden können folgende Kernaktivitäten: Stellungnahme, Angebotsempfehlung



Hinweise zu weiterführender Literatur und Unterrichtsmaterial

Der sukzessive Aufbau der Sprachhandlungen und Sprachmittel zur Proportionalität wird ausführlicher bei Epke, Uribe und Prediger (2019) erläutert. Die Materialien für den Mathematikunterricht in der Berufsfachschule sind unter lamavoc.nrw.de oder sima.dzlm.de/bk zu finden und bei Wessel et al. (2020) genauer erläutert für Lehrkräfte und Fortbildende.

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2002). Improper use of linear reasoning: An in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors. *Educational Studies in Mathematics*, 50(3), 311-334.

Epke, P., Uribe, Á. & Prediger, S. (2019). Sprachbildender Vorstellungsaufbau zum Proportionalen Denken in Klasse 7. In, Prediger, S. (2020). Sprachbildender Mathematikunterricht. Ein forschungsbasiertes Praxisbuch. Berlin: Cornelsen Skriptor.

Greefrath, G. (2010). Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe. Heidelberg: Spektrum.

Leuders, T., Prediger, S., Barzel, B. & Hußmann, S. (Hrsg.) (2014). Mathewerkstatt 7. Berlin: Cornelsen.

Van Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N., Gravemeijer, K., van Herpen, E. & Keijzer, R. (2008). Fractions, percentages, decimals and proportions. A learning-teaching trajectory for Grade 4, 5 and 6. Rotterdam: Sense Publishers.

Wessel, L., Prediger, S., Stein, A., Wijers, M. & Jonker, V. (2020). Sprachbildung für das Mathematiklernen in beruflichen Kontexten. Eine Handreichung für die Praxis. Dortmund, Arnsberg, Utrecht: www.lamavoc.nrw.de und sima.dzlm.de/bk