

****

**Funktionsgraphen und   
funktionale Zusammenhänge verstehen**

**Unterrichtsmaterial**

**Von Katharina Zentgraf, Susanne Prediger & Anne Berkemeier**

**www.lamavoc.nrw.de**

**sima.dzlm.de/bk**

## Quelle und Impressum

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Projekt- herkunft |  | Dieses Material basiert auf Vorarbeiten aus dem Projekt MuM (Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit) mit besonderem Blick auf neuzugewanderte Lernende ab dem 2. Lernjahr. Es wurde weiterentwickelt und erprobt im Projekt **LaMaVoC – Language for Mathematics in Vocational Contexts**. | |
| Nutzungsrechte | Ein Bild, das Zeichnung enthält.  Automatisch generierte Beschreibung | Das Material kann unter der Creative **Commons Lizenz BY-SA**: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International weiterverwendet werden. Es basiert auf Forschung und Entwicklung aus dem Projekt LaMaVoC. Alle Bilder sind lizenzfrei. | |
| Finanzierungdes Projekts | Erasmus+: Visuelle Identität | EACEA | | Dieses Projekt wurde mit Unterstützung der Europäischen Kommission finanziert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung trägt allein der Verfasser; die Kommis­sion haftet nicht für die weitere Verwendung der darin enthaltenen Angaben. |
| Projekt- koordination | **http://intra.bezreg-arnsberg.nrw.de/themen/c/corporate_design/grafiken/bra_fa_kl.jpg** | **Bezirksregierung Arnsberg**  Projektkoordination durch EU-Geschäftsstelle für Wirtschaft und Berufsbildung des Dezernats 45, Berufskolleg | |
| Wissenschaft- liche Leitung |  | **DZLM - Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik**  Standorte Dortmund, Freiburg, Paderborn  Prof. Dr. Susanne Prediger & Prof. Dr. Lena Wessel | |
| 26 beteiligte Institutionen | Aufgeführt unter | https://www.bezreg-arnsberg.nrw.de/themen/l/LaMaVoC\_de/projektpartner/index.php | |
| Zitierbar als | Zentgraf, Katharina, Prediger, Susanne & Berkemeier, Anne (2020). Funktionsgraphen und  funktionale Zusammenhänge verstehen. Open Educational Ressource. Dortmund / Freiburg / Paderborn: DZLM. Verfügbar unter sima.dzlm.de/um/bk-004 | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | Zusammenhänge in Graphen darstellen und beschreiben | | | | |
| 1 | Wassermengen und Füllhöhen untersuchen | | | | |
|  | Untersuche: Wie ist der **Zusammenhang zwischen** Wassermenge und Füllhöhe?  Du misst: Wie hoch steht das Wasser?  Du brauchst: ein Glas,  ein Lineal und  einen Becher mit Wasser. | | | die Füllhöhe  das Lineal  das Glas  die Wassermenge  der Becher  die Wassermenge | |
|  | a) | Du befüllst den Becher mit Wasser.  Du füllst das Wasser in das Glas.  Du misst dann die Füllhöhe mit dem Lineal.  Du trägst die Werte in die Tabelle ein. | |
|  |  |  | |  | |
|  |  | **Du tust das:**  Du füllst 20 ml Wasser ein.  (Wassermenge **insgesamt**: 20 ml)  Wie hoch ist die Füllhöhe? | | **Du liest die Tabelle so:**  ***Bei*** *20 ml Wassermenge:*  *Die Füllhöhe ist \_\_\_\_\_ mm.* | |
| Du füllst 20 ml Wasser **dazu**.  (Wassermenge **insgesamt:** 40 ml).  Wie hoch ist die Füllhöhe? | | ***Bei*** *40 ml Wassermenge:*  *Die Füllhöhe ist \_\_\_\_\_ mm.* | |
| Du füllst 20 ml Wasser **dazu**.  (Wassermenge **insgesamt:** 60 ml).  Wie hoch ist die Füllhöhe? | | ***Bei*** *60 ml Wassermenge:*  *...* | |
| Du füllst… | | ***Bei …*** | |
|  | \_  die Wassermenge | | die Tabelle:   |  |  | | --- | --- | | die Wassermenge (in ml) | die Füllhöhe (in mm) | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  | | | die Füllhöhe |
|  |  |  | | | |
| \* | b) | Vergleicht eure Werte miteinander. Was ist gleich, was ist anders? Warum? | | | |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | a) | Du zeichnest den **Zusammenhang zwischen** Wassermenge und Füllhöhe aus Aufgabe 1.  Du benutzt dafür die Werte aus der Tabelle.   * Du überlegst zuerst: Welche Werte müssen auf die Achsen passen? * Du unterteilst dann die Achsen.   Der Füllgraph zeigt den  **Zusammenhang zwischen** Wassermenge und Füllhöhe.  Die Abbildung heißt **Füllgraph.** | | | | |
|  | Füllhöhe  (in mm)  Wassermenge (in ml)  20 ml |  | | | | |
|  |  | * Ihr nehmt ein großes Blatt. Ihr zeichnet den richtigen Füllgraphen darauf. | | | | |
|  | b) | Die Füllgraphen hängen an der Wand.  Erklärt: Was ist gleich – was ist anders? Warum?  Du kannst die Gefäße so beschreiben: | | | | |
|  |  | gerade | | | rund | |
|  |  | schmal  breit | | senkrecht zum Tisch | | |
| 3 | Füllgraphen lesen und beschreiben | | | | | |
|  | a) | Du liest den Füllgraphen und ergänzt  die Sätze. | | | | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Baustein A\Geogebra\Graph1_plot.png |
|  |  |  | *Bei 40 ml Wassermenge:*  *Die Füllhöhe ist \_\_\_\_\_ mm.*  *Bei \_\_\_\_\_ ml Wassermenge:*  *Die Füllhöhe ist 40 mm.*  Findest du mehr Beispiele im Graphen? | | |
|  |  | 4.  5.  6.  7. | *Ich schaue auf die Wassermenge* ***zwischen*** *\_\_\_\_ ml und \_\_\_\_ ml. Die Füllhöhe* ***wächst von*** *20 mm* ***auf*** *\_\_\_\_ mm, also* ***um*** *10 mm.*  *Ich schaue auf die Wassermenge* ***zwischen*** *60 ml und 80 ml. Die Füllhöhe* ***wächst von*** *\_\_\_\_ mm* ***auf*** *\_\_\_\_ mm, also* ***um*** *\_\_\_\_ mm.*  ***Zwischen*** *\_\_\_\_ ml und \_\_\_\_ ml Wassermenge:*  *Die Füllhöhe* ***wächst******von*** *\_\_\_\_ mm* ***auf*** *\_\_\_\_ mm, also* ***um*** *10 mm.*  Findest du mehr Beispiele im Graphen? | | | |
| C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\gehirn_gezeichnet.png |  | Sprachspeicher 1: Wie hoch ist die Füllhöhe bei 20 ml Wassermenge? Benutze die Wörter aus 3a) 1. | | | | |
|  | b) | Beschreibe: Was passiert in den Situationen?   |  |  | | --- | --- | | Wie verändert sich die Füllhöhe **zwischen**  20 ml und 40 ml Wassermenge? | Wie verändert sich die Füllhöhe **zwischen**  100 ml und 120 ml Wassermenge? | |  |  | | | | | |
| C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\gehirn_gezeichnet.png |  | Sprachspeicher 2: Wie verändert sich die Füllhöhe zwischen 0 ml und 60 ml Wassermenge? Wie zwischen 60 ml und 120 ml Wassermenge? Benutze die Wörter aus 3a) 4. | | | | |
|  | c) | * Verbinde mit Tabelle b): Welcher Satz passt wohin?  |  |  | | --- | --- | | 1. Die Füllhöhe wächst hier eher **langsam**. | 3. Deshalb: Der Graph **steigt** hier eher **steil.** | |  |  | | 2. Die Füllhöhe wächst hier eher **schnell**. | 4. Deshalb: Der Graph **steigt** hier eher **flach**. |  * Beschreibe: Wie wächst die Füllhöhe in deiner Aufgabe 1? Wie steigt der Graph? | | | | |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 4 | Graphen beschreiben | | | | | |
|  | a) | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Baustein A\Geogebra\Graph1_plot.pngErgänze die Sätze: | | | | |
|  |  | 1.  2.  3.  4. | *Zwischen 80 ml und 100 ml Wassermenge: Die Füllhöhe wächst* ***schneller als*** *zwischen \_\_\_\_ ml und \_\_\_\_\_ ml Wassermenge.*  *Zwischen 80 ml und 120 ml Wassermenge: Der Graph steigt* ***steiler als*** *zwischen \_\_\_\_ ml und \_\_\_\_ ml Wassermenge.*  *Zwischen \_\_\_\_ ml und \_\_\_\_ ml Wassermenge: Die Füllhöhe wächst* ***langsamer als*** *zwischen 90 ml und 100 ml Wassermenge.*  *Zwischen \_\_\_\_ ml und \_\_\_\_ ml Wassermenge: Der Graph steigt* ***flacher als*** *zwischen \_\_\_\_ ml und \_\_\_\_ ml Wassermenge.* | | | |
| * Beschreibe: Wo (‚zwischen … und …‘) wächst die Füllhöhe **schneller** **als** am Anfang?  Wo steigt der Graph **flacher** **als** am Ende? (Aufgabe 1) | | | | |
| C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\gehirn_gezeichnet.png |  | Sprachspeicher 3: Du vergleichst zwei Abschnitte im Graphen.   * Wo wächst die Füllhöhe *schneller/langsamer als* wo?  Wo steigt der Graph *steiler/flacher als* wo? * Wo verändert sich die Füllhöhe *gleichmäßig*? | | | | |
|  | b) | Zeichne: Welches Glas gehört zum Füllgraphen aus a)?  Erkläre: Warum? | | | | |
|  |  | Das Glas  Die Füllhöhe  Der Graph | | ist  wächst  steigt | unten/oben  in der Mitte  am Anfang/am Ende | breit/schmal.  schnell/langsam.  gleichmäßig.  steiler als/flacher als… |
|  |  |  | |  |  |  |
|  |  | |  |  | | --- | --- | | Skizze: | Erklärung:  *Das Glas ist …*  *Deshalb: Die Füllhöhe wächst …*  *Deshalb: Der Graph steigt …* | | | | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | Füllgraphen beschreiben und erklären | | | | |
| Wassermenge  Füll-höhe | a) | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Füllgefäß4.png | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Füllgefäß1.png | |  | | | | | Wassermenge  Füll-höhe | Wassermenge  Füll-höhe | Wassermenge  Füll-höhe |  | | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Baustein A\Füllgraph2a.png |  |  |  |  * Verbinde: Welches Glas – welcher Füllgraph? | | | |
|  |  | * Beschreibe: Wie sieht Füllgraph 1 aus? | | | |
|  |  |  | | | |
|  |  |  | | | |
|  |  | Die Füllhöhe  Der Graph | wächst  steigt | am Anfang  in der Mitte  am Ende | gleichmäßig.  schneller als...  flacher als...  immer steiler.  **immer langsamer**. |
|  |  |  | | | |
|  | **b)** | Erkläre: Warum hast du das 1. Glas so verbunden?  Was passiert mit Wassermenge und Füllhöhe? | | | |
|  |  |  | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **6\*** | **Füllgraphen erklären** | | | |
|  | **a)** | Verbinde: Welcher Füllgraph gehört zum Glas? | | |
|  |  | Wassermenge  Füll-höhe | | |
| Wassermenge  Füll-höhe |  |  | Füll-höhe  Wassermenge |  |
|  |  |  |  |  |
|  | b) | Erkläre: Warum hast du deinen Füllgraphen ausgewählt? | | |
|  |  |  | | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | Entfernungen untersuchen | | | | | | | | | das Gerät  der Taschenrechner  die Entfernung | | | | | |
|  | Ihr bekommt ein Gerät. Das Gerät misst:  Wie weit ist das Kind zu Zeitpunkt A entfernt?  Das Gerät zeichnet den **Zusammenhang** **zwischen**  Zeit und Entfernungen als Graphen. | | | | | | | | |
|  |
|  | a) | * Testet das Gerät zusammen:  Ihr geht zum Gerät und wieder weg. * Ihr benennt die Achsen in **b)**. | | | | | | | |
|  |  |  | | | | | | | | | | | | | |
|  | b) | Ihr füllt die Tabelle aus: Wie weit seid ihr zu den Zeitpunkten vom Gerät entfernt?  Zeichnet und beschreibt: Wie sieht der Graph aus? | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | Ihr geht gleichmäßig zum Gerät. | | | | | | | |  | | | | | |
| Zeit (in sek) | | 5 | 10 | | | 20 | |
| Entfernung (in m) | |  |  | | |  | |
|  |  | |  | | |  | |
|  |  | *Der Graph …* | | | | | | | |
|  |  |  | | | | | | | |  | | | | | |
|  |  | Ihr geht vom Gerät weg. | | | | | | | |  | | | | | |
| Zeit (in sek) | | 5 | | 10 | | | 20 |
| Entfernung (in m) | |  | |  | | |  |
|  | | | | | | | |
| *Der Graph …* | | | | | | | |
|  |  |  | | | | | | | |  | | | | | |
|  |  | Ihr geht erst schnell vom Gerät weg, dann langsam. | | | | | | | |  | | | | | |
| Zeit (in sek) | | 5 | | 10 | | | 20 |
| Entfernung (in m) | |  | |  | | |  |
|  | | | | | | | |
|  | | | | | | | |
| 8 | Graphen laufen und erfinden | | | | | | | | | | | | | | |
|  | a) | 5  10  15  20  25 | | | | |  | | | | | | | | |
|  | | | | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
|  | | | |  |  |  |  |  |
|  | | | | | | | | |
|  |  | * Ihr füllt die Tabelle aus: Welche Wertepaare passen ungefähr? * Ihr markiert die Punkte aus der Tabelle auch im Graphen. * Geht den Graphen nach. Beschreibt: Wie seid ihr gelaufen? Wie seht ihr das am Graphen? | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | *Ich laufe …*  *Deshalb: Der Graph …* | | | | | | | | | | | | | |
|  |  |  | | | | | | | | | | | | | |
|  | b) | Überlegt euch Aufgaben wie in a).Beschreibt oder zeichnet. | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Baustein A\ti_leer.png | | | | |  | | | | | | | | |
|  |  |  | | | | |  | | | | | | | | |
|  |  | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Baustein A\ti_leer.png | | | | |  | | | | | | | | |
|  |  |  | | | | | | | | | | | | | |
|  | c)\* | Ihr schaut auf die Tabelle in **a)**.   * Beschreibt: Zwischen welchen Zeitpunkten lauft ihr eher schnell oder eher langsam? * Erklärt: Wie seht ihr das an der Tabelle? | | | | | | | | | | | | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 9 |  | Verschiedene Situationen beschreiben |
|  |  | Müjde und Soufiane sind zum Gerät gelaufen.  Die Graphen sehen aber unterschiedlich aus:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | 5  10  15  20  25 |  | 5  10  15  20  25 | | Müjde |  | Soufiane |   Beschreibe und erkläre:   * Zwischen welchen Zeitpunkten sind Müjde und Soufiane **gleich schnell** gelaufen? * Zwischen welchen Zeitpunkten sind sie **unterschiedlich schnell** gelaufen? Wer war schneller? * Wie siehst du das im Graphen?  |  | | --- | |  | |
| C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\gehirn_gezeichnet.png |  | Sprachspeicher:   * Wo startet der Mensch? Warum? * Vergleiche: Wo sinkt die Entfernung schneller/langsamer als zwischen 0 sek und 5 sek?  Wo fällt der Graph steiler/flacher als zwischen 0 sek und 5 sek? |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 10 | Die Geschichte vom Planschbecken - Was passiert hier? | |
|  | a) | Der Graph beschreibt: Wie verändert sich die Füllhöhe im Planschbecken mit der Zeit?  C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Baustein A\Planschbecken.pngIhr beschriftet die Rechts-Achse.  C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Baustein A\Badewannengraph.png  ③ |
|  | b) | Ordne zu und schreibe an den Graphen:   * Welches Bild (Nummer) – welche Minuten (Graph)? * Erkläre: Warum passt das Bild zu den Minuten?   Z.B.:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Die Füllhöhe | wächst  sinkt | zwischen Minute … und …  nach Minute …  bis Minute … | gleichmäßig.  um … cm.  langsamer als zwischen …  immer schneller. | | Die Füllhöhe | bleibt | gleich. | | Der Graph | steigt  fällt | gleichmäßig.  steiler als zwischen …  immer flacher.  nicht. | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Planschbecken5.png | | Erklärung: | | |  | | --- | | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Planschbecken3.png | | Erklärung: |   ②  ①   |  | | --- | | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Planschbecken4.png | | Erklärung:  Der Mensch …  Deshalb: Die Füllhöhe …  Deshalb: Der Graph … |  |  | | --- | | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Planschbecken1.png | | Erklärung:  Das Wasser …  Deshalb: Die Füllhöhe …  Deshalb: Der Graph … |   ③   |  | | --- | | C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\Planschbecken2.png | | Erklärung: |   ④  ⑤ |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Users\Katharina Zentgraf\Desktop\Diss\Material\Bilder\gehirn_gezeichnet.png | Sprachspeicher: Zusammenhänge in Graphen darstellen und beschreiben | |
|  | |
| 3: Zwischen \_\_\_\_\_ ml und \_\_\_\_\_ ml Wassermenge wächst die Füllhöhe \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ zwischen 0 ml und 20 ml Wassermenge. Deshalb: Der Graph steigt in der Mitte \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ am Anfang. | 3: Zwischen \_\_\_\_\_ ml und \_\_\_\_\_ ml Wassermenge: Die Füllhöhe wächst \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.Sie wächst dort \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  zwischen 20 ml und 60 ml Wassermenge.Deshalb: Der Graph steigt am Ende \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ zwischen 20 ml und 60 ml Wassermenge. | |
|  | Füllhöhe  (in mm)  Wassermenge (in ml)  10  20  30  40  50  60 | | |
|  | 1:2:2: | | |
|  |  | | |
|  | **In Bewegungsgraphen** | | |
|  |  | | |
|  | 5  10  15  20  25 | Das Kind startet… Deshalb:  Zwischen 0 sek und 5 sek: Deshalb: | |